DOCUMENT RESUME

ED 249 093 SE 045 101

TITLE	Mathematics Volume II. Student Book. Grade 8.
INSTITUTION	Seton Hall Univ., South Orange, N.J. Inst. of Far Eastern Studies.
SPONS AGENCY	Department of Education, Washington, DC.
REPORT NO	ISBN-0-89857-265-7
PUB DATE	Jun 83
NOTE	201p.; Developed by the Asian Bilingual Curriculum Development Center. For Volume I, see SE 045 100.
AVAILABLE FROM	Evaluation, Dissemination and Assessment Center, Lesley College, 49 Washington Ave., Cambridge, MA 02140.
PUB TYPE	Guides - Classroom Use - Materials (For Learner) (051)
LANGUAGE	Chinese
EDRS PRICE	MF01 Plus Postage. PC Not Available from EDRS.
DESCRIPTORS	*Bilingual Education; Computation; *Decimal Fractions; *Fractions; Grade 8; Junior High School Students; Mathematics Curriculum; *Mathematics Instruction; Number Concepts; Percentage; Ratios (Mathematics); Secondary Education; *Secondary School Mathematics; *Textbooks

ABSTRACT

This mathematics textbook was developed especially for use in bilingual education classes for children of Chinese immigrants, new to this country, who have not had a chance to learn English yet. While it provides children with an opportunity to study mathematics in their own language, examples and exercises are designed to help students become familiar with the American way of life. A special feature is the emphasis on the achievements of Chinese scholars in the field of mathematics, to help students attain pride in their heritage. The text can purportedly be used in a variety of ways to suit the needs of a particular learning situation. Simple and humorous examples are incorporated, and capturing students' interest is attempted by the manner of presentation. The mathematical content includes fraction ideas and operations, operations with decimals, ratio and proportion, and percent, including interest. (MNS)

****
* Reproductions supplied by EDRS are the best that can be made *
* from the original document. *
****

ED249093

數學

MATHEMATICS

第二冊

U.S. DEPARTMENT OF EDUCATION
NATIONAL INSTITUTE OF EDUCATION
EDUCATIONAL RESOURCES INFORMATION
CENTER (ERIC)

✓ This document has been reproduced as received from the person or organization originating it.
Minor changes have been made to improve reproduction quality.

- Points of view or opinions stated in this document do not necessarily represent official NIE position or policy.

SE045101

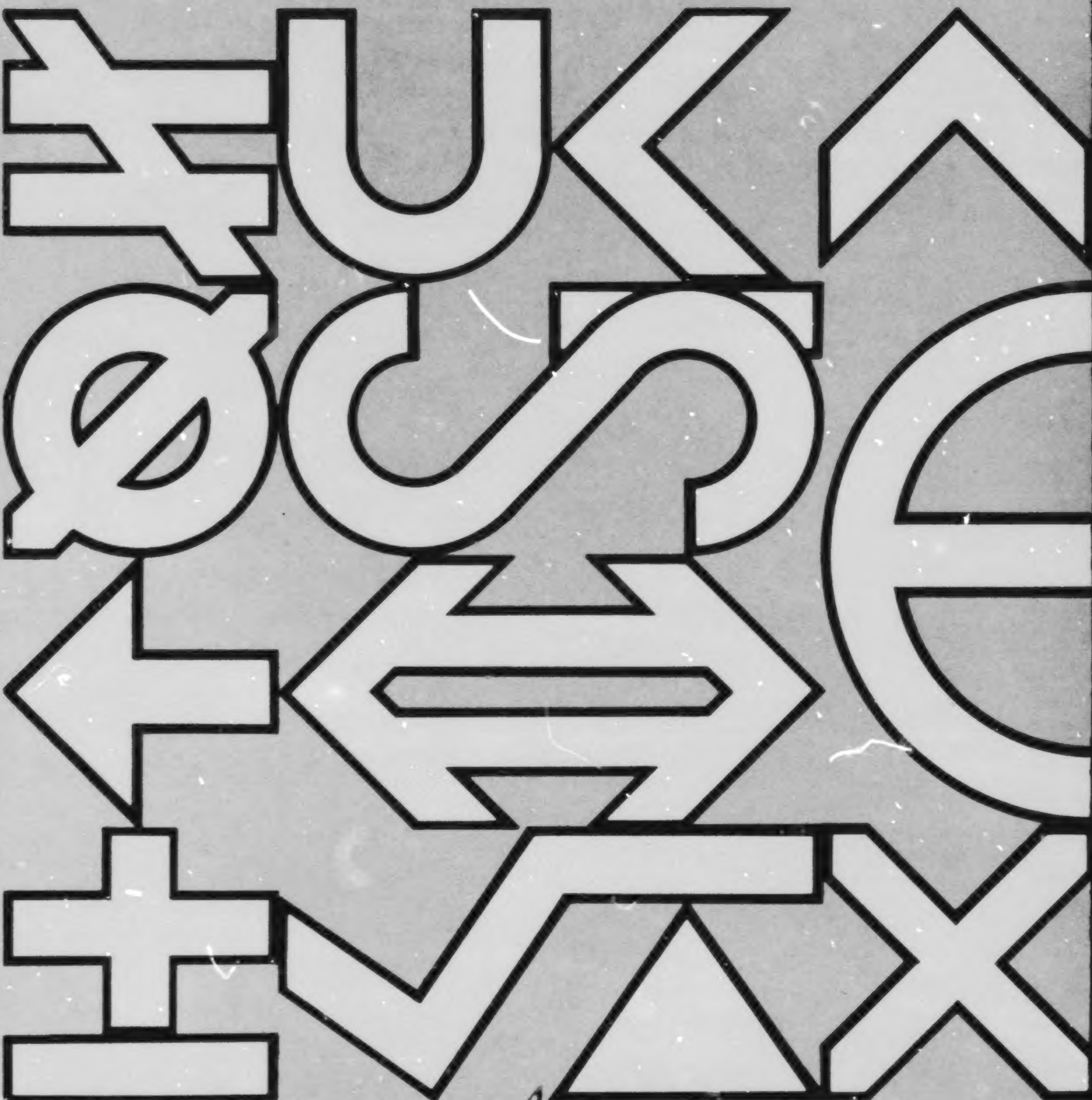
"PERMISSION TO REPRODUCE THIS MATERIAL IN MICROFICHE ONLY HAS BEEN GRANTED BY
Maria L. da Silva

TO THE EDUCATIONAL RESOURCES INFORMATION CENTER (ERIC)."

COMPLIMENTARY

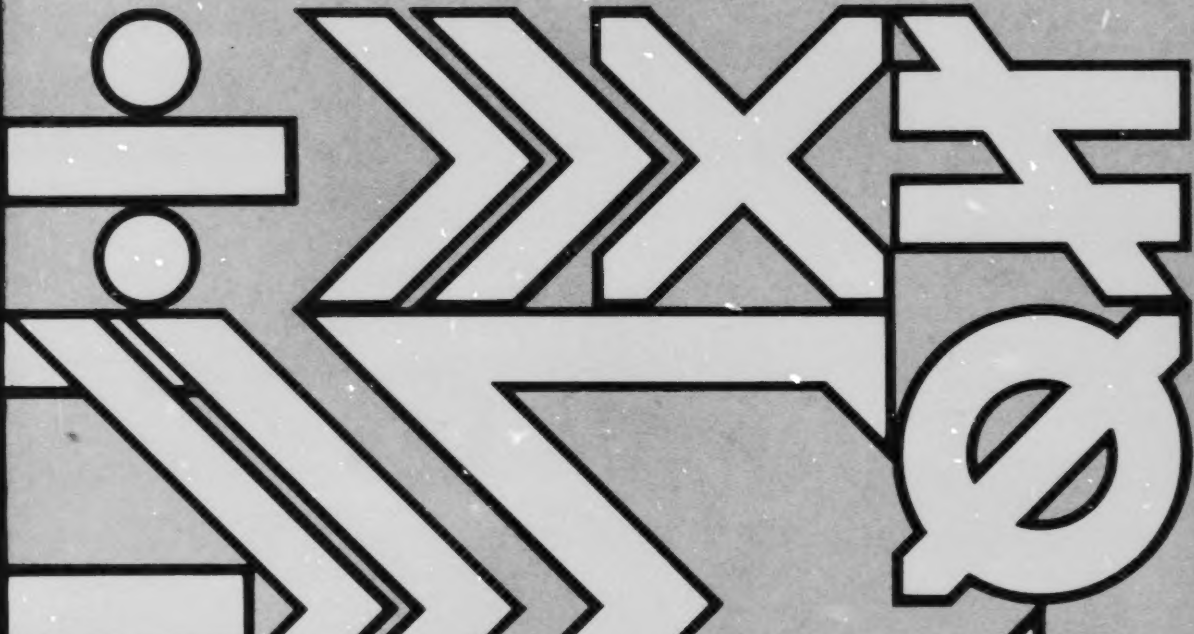
數學
MATHEMATICS

第二冊



數學

MATHEMATICS



5

Cover Concept: Ping Hsuan Yuan

Cover Art: Jin Kwon Kim

Published by Evaluation, Dissemination and Assessment Center,
ESEA Title VII Lesley College, 49 Washington Avenue, Cambridge,
Massachusetts 02140

Developed by Asian Bilingual Curriculum Development Center,
Seton Hall University, 162 South Orange Avenue, South Orange,
New Jersey 07079

International Standard Book Number 0-89857-265-7

Published June 1983

Printed in the United States of America

The activity which is the subject of this publication was supported in whole or in part by the U.S. Department of Education. However, the opinions expressed herein do not necessarily reflect the position or policy of the Department of Education, and no official endorsement by the Department of Education should be inferred.

The Evaluation, Dissemination and Assessment Center for Bilingual Education is a special ESEA, Title VII project funded by the U.S. Department of Education through Lesley College, Cambridge, Massachusetts, and the Fall River Public School System.

This publication was developed and printed with funds provided by Title VII of the Elementary and Secondary Education Act of 1965, as amended.

Acknowledgements

There are several organizations and individuals without whose assistance and supportive spirit the Asian Bilingual Curriculum Development Center would not exist today.

First of all, we wish to thank the Institute of Far Eastern Studies at Seton Hall University for their continuing support and sponsorship of the Center. Moreover, the curriculum library at the university has been a valuable resource.

We would like to thank Dr. Joseph Woo for his enthusiasm and tireless efforts in developing this mathematics text for students whose dominant language is Chinese. His commitment to the project and his expertise in both the subject matter and knowledge of children's learning styles have contributed greatly to the success of this venture.

The Evaluation, Dissemination and Assessment Center for Bilingual Bicultural Education at Lesley College (EDAC), has been directly responsible for the printing of pilot test materials and subsequent final editions. A special thank you is extended to Mr. Peter Calvet for his interest in and dedication to the Center and also for the many hours of technical assistance he has devoted to our graphic layouts.

We are grateful to the Public School System of District #2 in New York City and Fort Lee Public School System in Fort Lee, New Jersey for their support and role as co-sponsors.

Finally, we would like to express our deepest gratitude to the many communities all across the country who have responded to our programs with support and encouragement. To assist our Asian children in the transition to the American way of life is extremely rewarding for us, but the financial assistance and the opportunity offered by the United States to fulfill this dream have touched us even more deeply. Finally, our Center would like to acknowledge Dr. John Young, Director of the Institute of Far Eastern Studies at Seton Hall University. He is the founder and the original source of inspiration for the Asian Bilingual Curriculum Development Center. Without his initial dedication and persistent emphasis on an unbiased and bicultural approach, our Center would never have attained the successful results that it has.

Byounghye Chang
Director, ABCD Center

Preface

This is a special book because it has been developed especially for use in bilingual education classes in the United States. Many of the children of Chinese immigrants who are new to this country have not had a chance to learn English yet. They are faced with the difficult task of trying to adjust to a new society and, in school, trying to learn subject matter in a language they do not understand. Faced with these problems, many of them become discouraged and may lose their self-esteem or even drop out of school.

The purpose of this book is to serve these children by giving them the opportunity to study an important subject such as mathematics in their own language, Chinese. The text is written on the language level of the students and offers examples and exercises which will help the children become familiar with the American way of life.

A special feature of this book is the emphasis on the achievements of Chinese scholars in the field of mathematics. It is important for the students to be proud of their own heritage, while recognizing that the development of mathematics is the result of contributions by both the East and the West.

Because texts for use in bilingual education classes need to be flexible and adaptable to many situations, this book has been developed for use by students and teachers in a variety of ways so that they might best suit the particular needs of a specific learning situation.

Finally, it is hoped that the text will make the learning of mathematics a positive and enjoyable experience for the students. Every effort has been made to avoid the dullness and repetitiousness of many mathematics texts; simple and humorous examples have been used whenever possible and the writer has tried to capture the students' interest and attention with a vital and lively presentation of the subject. If the students come to realize that math is not a subject just found in math books, but an interesting and essential part of life, the goal of this text will have been reached. Beyond that, if even one or two students are stimulated to become a future Newton or Tchu Shi-jie, the book will have succeeded even further in fulfilling its task.

序

又來一本數書！難道市面上的數書還不够多嗎？爲何再來一本呢？因爲確實有這個需要。

這是一本專爲美國中英雙語班而寫的書。許多華人學生尚未能自如地應用英語，而且還可能在適應新環境、新社會的過程中。對於他們來說，要用英語來學習數學那麼重要的科目，是非常吃力的事。

本書的對象，就是這班學生。本書的目的，就是減輕他們學習數學時的困難，使他們不必一天到晚在翻字典，查生字，使他們不用猜測文字題的內容，使他們不必“如霧裏看花，終隔一層”地上課。數學本身，許多學生已覺得難於應付，我們又何必再多加語言這一重難關呢？

本書著重中國人過去在數學上的成就，使學生瞭解數學不是西方的專利品。我們的祖宗也曾有過光輝的成就，我們大可引以自豪。

本書也著重反映美國的社會。許多的例題和習題，就是爲了幫助學生適應美國的生活。

雙語教育的現實，不容採用沒有彈性的教科書。本書就是盡量適應這現

實，無論什麼形式的雙語班都可以採用本書。不同學區的教師也可以自由地選擇課文來配合課程。

最主要的,本書有一個宗旨:就是學習數學不應是一件苦差。所以本書用輕鬆詼諧的文字，幽默滑稽的例子,吸引學生學習這門有趣的學問,企圖使他們忘卻以往枯燥煩悶的經驗。假使本書能激發一兩個未來的牛頓或朱世傑，它的使命也可算是完成了。

致　謝

本書能以出版問世，絕非作者一人之力可及。爲此我衷心感謝聯邦政府教育部的支持及本中心各位同事的合作。

亞洲雙語教程中心

主任　張炳惠

目錄

序 …… v

致謝 …… vii

目錄 …… ix

楔子 …… 1

第五章 分數 …… 7

- 一、引言 …… 7
- 二、分數是甚麼？ …… 9
- 三、怎樣比較分數 …… 18
- 四、假分數和帶分數 …… 20
- 五、分數加減法 …… 27
- 六、分數乘法 …… 36
- 七、分數除法 …… 43
- 八、繁分數 …… 47
- 九、有理數 …… 49
- 十、複習題目 …… 52

第六章 小數 …… 61

- 一、引言 …… 61
- 二、小數 …… 62
- 三、小數加減法 …… 67

四、小數乘法……72
五、小數除法……76
六、四捨五入……79
七、小數化分數和分數化小數……82
八、循環小數……85
九、循環小數運算……94
十、分數和小數的比較……99
十一、複習題目……103
第七章　比與比例……113
一、引言……113
二、比……114
三、比例式……122
四、標度……126
五、正比例和反比例……136
六、連比……139
七、比率……143
八、複習題目……145
第八章　百分數……151
一、引言……151
二、百分率……153
三、百分率的應用……162
四、江柳月的一天……167
五、複習題目……183

楔　子

張淑英畏算術成績不好　桂馨媜解數學妙語如珠

張淑英一向痛恨數學。她恨數學把她的成績拉低了，以致她從來沒有考過第一。每次學期結束派成績時，數學總是血紅的不及格，使她沒有臉見人。她恨數字那麼枯燥，那麼麻煩。那些四則問題、鷄兔同籠問題、時針問題、植樹問題……，通通都是人造的、不自然的、幼稚的、無理取鬧的問題，目的不過是折磨她。她恨文字題要動腦筋，但又不知如何著手。那是男人的世界，男人有數學頭腦，他們對數理科有天賦的才能，女人却是構造不同。况且，念那麼多書有甚麼用？到頭來不過是結婚生孩子做家庭主婦。家庭主婦要甚麼數學？更可怕的，數學好會引來“四眼妹”的綽號。那個女孩子能够忍受這個頭銜？

初中時，她的全家移民美國。那時還未有雙語班，一切科目全都用英語。她感覺十分困難，回家也沒有人可以幫助她。爸爸一天到晚爲生活而忙碌，媽媽又是半個英文字也不懂，還要靠她幫忙呢！爲了維持中國人的尊嚴，她咬緊牙關的死命學英文；一年後，總算能够自如的用英文了。其他的科目成績都不錯，獨有數理不行。

有一天，她的新朋友溫黛·布朗請她教幾條數學題目。張淑英說：“不要問我，我不懂數學。”溫黛驚奇的睁大眼睛望她，說：“我以爲所有東方人都是數學天才！”

楔　子

“你那來這個奇怪的思想？”

“我認識的東方人，個個數學都得A的。陳羅拔、李占美……”

“他們是男孩子呀！”

“馬小蕙不是和男孩子一樣的成績嗎？你們東方女孩子真幸運，數學好，不怕沒有男孩子約會。我們就不行了，稍爲有一點頭腦，就被看爲是婦解婆，是男人的威脅。”

張淑英真是啼笑皆非。在香港，“女子無腦便是德”不也是一般人的態度嗎？她被溫黛弄糊塗了。她很生氣，因爲在同學前丟了臉。她生溫黛的氣，因爲溫黛認爲她的數學一定是不錯的。她更生自己的氣，因爲數學差，總是不能進步。她最生發明數學的人的氣，把這個難擔的擔子放在她的肩頭上。

她心情惡劣地回家，把前門砰的一聲關上，就竄到睡房，倒在床上，數天花板上的裂痕。怎料媽媽卻叫她出去見人：“阿英，快來見桂馨阿姨。”桂馨阿姨是媽媽的同學，現在是北達科他州南部大學的數學教授。

張淑英聽說桂馨阿姨是數學教授，衝口而出的說：“你是女人呀！”

媽媽說：“阿英，那麼的沒有禮貌，羞死人！”

桂馨阿姨笑著說：“我曉得她爲甚麼這樣說。平日常常有人這樣地對我說的。”

“或許你可以教教阿英。她數學從來未曾合格過一次。”

“不要怪她。許多孩子都是因爲老師不曉得怎樣教數學，而弄得數學甚差。讓我跟阿英談談吧。”

桂馨阿姨和淑英到飯廳，然後出幾條數題給淑英做，淑英搔頭抓腦地計算了半個鐘頭，結果還是錯了一大半。

桂馨阿姨溫和地對她說：“你不喜歡數學，是不是？”

“是的，數學那麼煩悶和沒有意義。”

“因爲數學對你沒有意義，所以你才覺得數學煩悶。難道沒有人告訴過你爲甚麼要學數學嗎？”

“從來沒有。在香港讀一年級的時候，老師只一味的教我們數手指背乘數表，從來沒有人告訴我數學有甚麼用！”

“所以你就覺得煩悶，結果討厭數學，不專心去學習。慢慢地，就追不上；追不上就怕；數學成爲一堵高不可攀的牆，是一個沉重的包袱，是不是？”

淑英點點頭。

“有四個理由讀數學。第一，數學是我們日常交易的工具。買東西要找錢的時候，你曉不曉得怎樣計算？”

淑英承認找錢是一件難事。

“那可危險了。假若找少錢給你，你也不知道。還有，報紙上不是一天到晚都有百分率和統計資料嗎？若你不明白數學，現代社會的一大部分就和你絕緣了。

“學數學的第二個理由，因爲數學是科學的語言。沒有數學，物理學就要全盤倒塌了。”

“但我沒有計劃去讀物理或其他科學呀！我要做作家。”

“你今年幾歲？”

“十三歲。”

“十三歲太早把其他的門都關上。你怎知道將來不改變主意？譬如你五年後，想要讀醫，那麼就得修幾科數學，但因爲你在十三歲時把門關上了，所以結果醫學的門也關了。今日許多婦女作低薪的工作，就是因爲她們在中小學時沒有好好的念數學，結果上到大學時，就發現不能念工程、醫科、牙科等科目。所以絕對不要把所有的門都關上，一定要留幾扇打開著，以防將

來改變主意。

“學習數學的第三個理由，因爲數學教人怎樣思考，有系統地和合邏輯地思想，同時利用抽象的概念來節省精力和時間。”

“那是男人的事情，和我沒有關係。”

“難道你說女人不用思想？”

“不是……但……”

“要思想就得曉得怎樣思想！”

淑英鼓起勇氣反辯說：“男孩子不喜歡有腦袋的女孩子呀！”

“人人都是這麼說，但是天曉得是真是假！我的看法是：假如一個男孩子喜歡不思想的女孩子，那麼就讓他去娶一條金魚吧！我們不要喪自己的氣！”

淑英見桂馨阿姨那麼激動，吃了一驚，連忙改變話題問：“那麼第四個理由是甚麼？”

“第四個理由，因爲數學本身是一個很有趣味的科目，十分迷人。”

“若是香港的黄先生聽見這話就好了。他是催眠大師，我們上他課總是睡覺的。只有前排的同學最慘；要睡，又怕被他看見，不睡，却是催眠術太厲害，結果釣魚似的頭就是一上一下的點，他還以爲他們同意他的說法呢！”

桂馨阿姨笑了一笑說：“一個令人厭煩的老師，不等於他所教的那科是煩悶的。阿英，你最要緊的就是學會喜歡數學。就算你十分討厭它，你還是要讀它的，那麼何不學學怎樣對數學有興趣，那不少受許多罪？”

“你說得不錯，但是我落後得那麼厲害，追也追不上了。上課就是濛睦睦的，不知道老師在說甚麼。”

“這不要緊。數學非常容易，也可以無師自通。我以前在香港的同學都是自己修數學的，比老師教的快不知多少倍。不過你一定要記住做習題，不

做習題就學不到任何數學。你或者以爲背熟公式規則就行，但一放下書本，甚麼就都忘掉了。一定要做够多的習題，直到數學成爲你的一部份，然後你才會有信心去應用數學。數學習題有兩種，一種是練習題，非常簡單，只不過幫助你記得學過的東西。另一種需要思想，較爲困難，但能幫助你明白課程。所以遇見較難的題目，不要灰心。想一天、兩天、三天……

“當你碰到不明白的問題時，不要氣餒。從來沒有人一次就甚麼都明白的。若是有困難，可以作一點習題，可能作完了習題後，就會明白多一點，假若仍然不明白，可以略過，學習其他的東西。過了一段時候再回去學習，你會驚奇以前的難題，竟是這麼容易。做數學，不必甚麼都明白。我以前學微積分，就是讀了六次才完全瞭解基本的概念。

“當你讀數書的時候，最要緊有紙筆在旁邊，那麼若是課文不清楚時，可以自己計算。很多時候，書本裏沒有圖，要自己畫圖；也有很多時候，課文會省略計算中的幾步，要自己填上來補充。數學是具有挑戰性的科目，你能否接受這個挑戰呢？”

張淑英決定試試看。

第五章　分數

一、引　言

我們在第一篇學習整數。整數雖然十分有用，但是我們日常生活中，不單只是需要整數，還要用其他的數。

你有沒有注意爸爸媽媽燒飯？他們把鍋燒得熱熱的，澆油，爆薑，爆蒜，再把菠菜倒進鍋裏，霹靂啪啦的炒一陣子，放一點鹽，加水，蓋起來煮兩、三分鐘，就有一碟香噴噴的菠菜吃。你覺得炒菜真是容易。

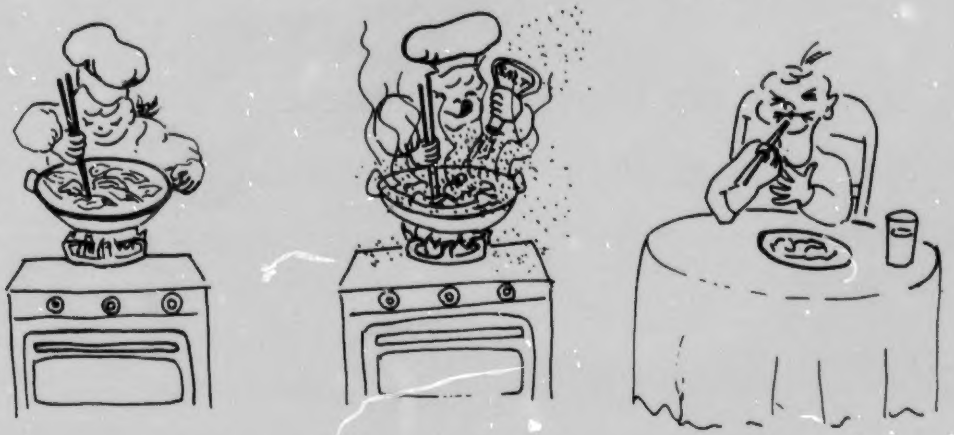


圖 5.1

第五章　分數

有一天，爸爸媽媽不在家吃飯，你吃漢堡包和薯片吃得太多了，所以靈機一動，想不如炒點菠菜。後果却是不堪設想。菠菜鹹得要命，而且爛爛的，一點也不清脆。你問媽媽爲甚麼。媽媽說是因爲你還沒有燒菜的經驗，所以結果不堪入口。先要根據菜譜練習練習，到了有經驗以後，才可自由發揮。於是你便翻看菜譜，看到很多“酒半杯”，“糖四分之一杯”，“鹽半小匙”等項目。立刻發現單用整數是不够的，還要用“半”，“四分之一”等數量，因爲常常用一太多，而用0太少。那麼0和一中間的數量，怎樣來表示呢？分數就是因此而產生的。

我們在本章學習分數和分數的運算。因數和倍數是分數運算時常用的，所以你若已忘記因數和倍數是甚麼，請再讀第三章。

二、分數是甚麼?

試計算下列各題:

(1)

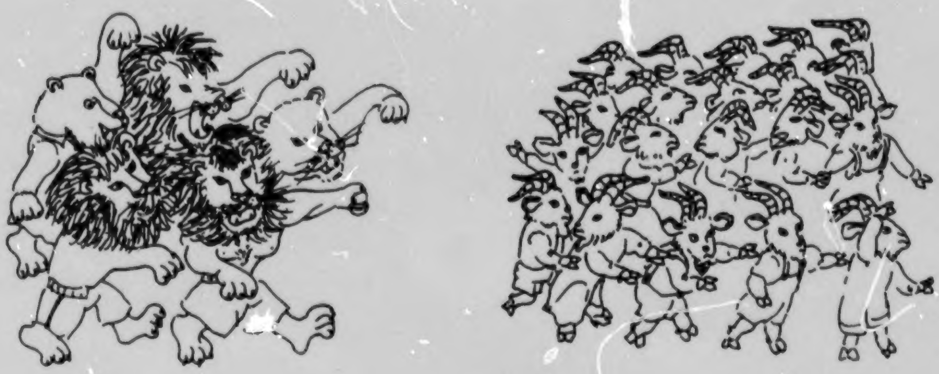


圖 5.2

上圖裏被追的動物是全部動物的幾分之幾?

(2) 填上下面的空格:

$$\frac{8}{12}=\frac{\boxed{}}{24}=\frac{4}{\boxed{}}=\frac{\boxed{}}{57}=\frac{34}{\boxed{}}=\frac{\boxed{}}{3}$$

(3) 把下面分數約成最簡分數:

$$\frac{12}{16}, \quad \frac{88}{132}, \quad \frac{56}{91}, \quad \frac{52}{78}, \quad \frac{323}{361}。$$

(4) 把下面分數由最小至最大排列。

$$\frac{11}{15},\quad \frac{2}{3},\quad \frac{13}{20},\quad \frac{5}{8},\quad \frac{17}{24}。$$

(5) 能否填下面的空格？爲什麼？

$$\frac{9}{12}=\frac{\square}{18}$$

現在請翻看章末的答案，若錯一題以上，就要學習本節和下一節。

分數 (Fraction) 就是整數和整數中間的數目。日常生活中常會用到分數。例如，中秋節吃月餅，媽媽說：“小孩子不能吃整個月餅。月餅吃太多不消化。”於是把月餅切成均等的四塊，給你一塊。那麼給你多少月餅？

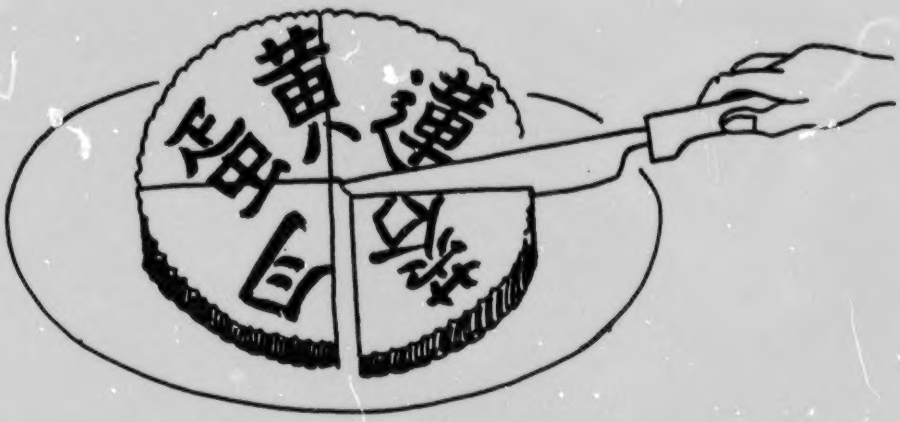


圖 5.3

因爲是把月餅分成四塊，然後給你一塊，我們稱爲四分之一或四分一個月餅。

餅就是 $\frac{1}{4}$ 或 1/4。$\frac{1}{4}$ 下面的 4，稱爲**分母** (**denominator**)。分母告訴我們均分成多少份。$\frac{1}{4}$ 上面的 1，稱爲**分子** (**numerator**)。分子告訴我們取得多少份。

譬如你很饞嘴，趁母親不在，偷吃了兩塊月餅，那麼連同最初吃的一塊，一共吃了四塊中的三塊。用分數表示，就是 $\frac{3}{4}$ 或 3/4。

習題

(6) 你班裏共有多少男生多少女生？男生是全班的幾分之幾？女生又是幾分之幾？

(7) 小明上算術課，覺得悶極了。於是無聊地把方格紙上的方格塗黑。5.3a 圖就是他被老師拿到以前，所塗的方格。他塗黑了全部方格的幾分之幾？

(8) 動物園有二百隻猴子，四分之一是獼猴，十分之一是狒狒，二十分之一是恒河猴 (Rhesus monkey)。那麼動物園有多少隻獼猴，狒狒，和恒河猴？

(9) 動物園有十隻黑猩猩 (chimpanzee)，八隻大猩猩 (gorilla)，六隻猩猩 (orang-outang)，和十四隻長臂猿 (gibbon)。試問動物園全部無尾猿的幾分之幾是黑猩猩？大猩猩？猩猩？長臂猿？

(10) 動物園有四隻美洲獅，是全部貓科的二十四分之一。那麼動物園共有

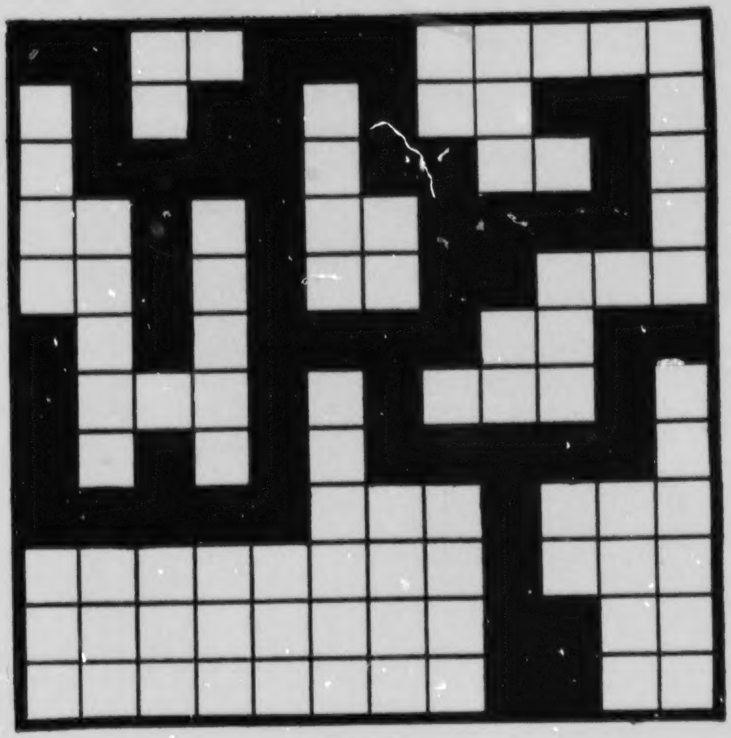


圖 5.3a

很多時候，不同的分數代表的數量是相同的。例如一個鷄肉餡餅，平分爲六塊，吃了兩塊。所以吃了鷄肉餡餅的 $\frac{2}{6}$。若是平分爲三塊，吃了一塊，和分六塊吃兩塊相等。所以 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$。

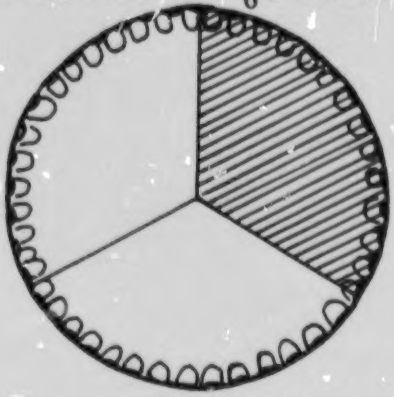


圖 5.4

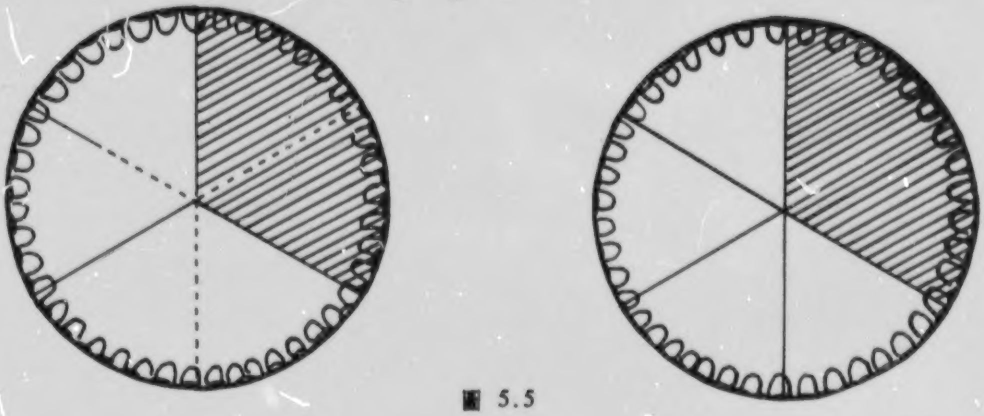


圖 5.5

我們可以從 $\frac{1}{3}$ 得到 $\frac{2}{6}$。把三塊鷄肉餡餅，每塊平分爲二，那麼以前三塊中的一塊，就變爲六塊中的兩塊。$\frac{1}{3}=\frac{1\times 2}{3\times 2}=\frac{2}{6}$。

我們稱 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{2}{6}$ 爲**等值分數 (equivalent fractions)**。

一個分數，分子和分母用同一個不等於 0 的數來乘，分數的值不變。

$\frac{2}{6}$ 和 $\frac{1}{3}$ 值相等，就是因爲 $\frac{2}{6}$ 可從 $\frac{1}{3}$ 得來——$\frac{1}{3}$ 分子和分母乘 2。

$\frac{3}{9}$ 和 $\frac{1}{3}$ 也是等值分數。因爲 $\frac{3}{9}=\frac{1\times 3}{3\times 3}=\frac{1}{3}$。

習　題

(11) 下面的分數，哪幾個是 $\frac{3}{7}$ 的等值分數？

$$\frac{4}{16},\ \frac{8}{28},\ \frac{12}{21},\ \frac{15}{35},\ \frac{45}{104},\ \frac{75}{175},\ \frac{429}{1,001},\ \frac{3,001}{7,001}$$

(12) 填下面的空格：

$$\frac{1}{2}=\frac{\square}{4}=\frac{\square}{6}=\frac{\square}{10}=\frac{20}{\square}=\frac{33}{\square}=\frac{67}{\square}$$

(13) 假若分子和分母同用0乘，能否得到等值分數?

> **一個分數，分子和分母用同一個不等於0的數來除（稱爲約數，reducing），分數的值不變。**

例題

（甲）把 $\frac{16}{24}$ 約簡。

方法: 2是16和24的公因數，所以我們可以把分子和分母除2。

$$\frac{16}{24}=\frac{16\div 2}{24\div 2}=\frac{8}{12}。$$

$\frac{8}{12}$ 還可以繼續約簡。4是8和12的公因數，所以可以把分子和分母除4。

$$\frac{8}{12}=\frac{8\div 4}{12\div 4}=\frac{2}{3}。$$

通常我們約數時，不必把所除的數寫下，用心算就可以了。例如:

$$\frac{\cancel{16}^{\,8}}{\cancel{24}_{\,12}}=\frac{\cancel{8}^{\,2}}{\cancel{12}_{\,3}}$$

我們把分子分母劃去，心算 $16\div 2$ 和 $24\div 2$，得 $\frac{8}{12}$，然後再心算 $8\div 4$ 和 $12\div 4$，得 $\frac{2}{3}$。$\frac{2}{3}$ 能否再約簡?

當分子和分母的最大公因數是 1 時，便不能再約。這樣的分數，稱爲**最簡分數 (in lowest terms)**。$\frac{1}{3}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{2}{5}$，$\frac{3}{5}$，$\frac{4}{5}$ 都是最簡分數。

例　題

（乙）把 $\frac{27}{36}$ 約成最簡分數。

27 和 36 的 GCF 是 9。所以 $\frac{\cancel{27}^{\,3}}{\cancel{36}_{\,4}}=\frac{3}{4}$。

我們看看 $\frac{3}{5}$ 的等值分數。$\frac{3}{5}$ 是最簡分數，所以不能把分子分母除同一的數來得到等值分數，而只能把分子分母乘同一的數。

$$\frac{3}{5}=\frac{6}{10}=\frac{9}{15}=\frac{12}{20}=\frac{15}{25}=\cdots\cdots$$

注意：所有的分子都是 3 的倍數，所有的分母都是 5 的倍數。

假若 $\frac{p}{q}$ 是最簡分數，同時 $\frac{p}{q}$ 和 $\frac{m}{n}$ 等值，那麼 m 是 p 的倍數，n 是 q 的倍數。

習　題

(14) 把下面的分數約成最簡分數:

$\frac{9}{15}$，　$\frac{33}{77}$，　$\frac{69}{161}$，　$\frac{52}{64}$，　$\frac{117}{143}$。

(15) 我們能否填上下面的空格? 爲什麼?

$$\frac{20}{24}=\frac{\boxed{}}{9}$$

(16) $\frac{99}{144}=\frac{45}{?}=\frac{150}{?}=\frac{25}{?}=\frac{?}{64}=\frac{?}{192}=\frac{?}{56}$

三、怎樣比較分數？

一大塊長方形的年糕，橫切七塊煎四塊來吃比較多，還是縱切五塊，煎三塊來吃比較多？

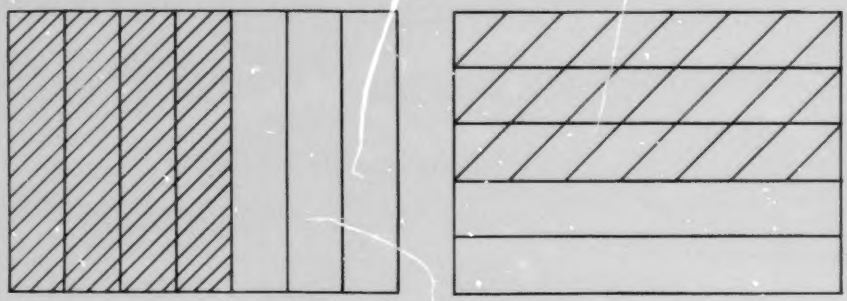


圖 5.6

$\frac{3}{5}$ 大，還是 $\frac{4}{7}$ 大？我們不能一看就曉得答案。要比較分數，一定要分母相同才能比較。我們看看 $\frac{3}{5}$ 和 $\frac{4}{7}$ 的等值分數。

$$\frac{3}{5}=\frac{6}{10}=\frac{9}{15}=\frac{12}{20}=\frac{15}{25}=\frac{18}{30}=\frac{21}{35}=\cdots\cdots$$

$$\frac{4}{7}=\frac{8}{14}=\frac{12}{21}=\frac{16}{28}=\frac{20}{35}=\cdots\cdots$$

$\frac{21}{35}$ 和 $\frac{20}{35}$ 的分母相同，所以可以比較。$\frac{21}{35}$ 比 $\frac{20}{35}$ 大，所以 $\frac{3}{5}$ 比

$\frac{4}{7}$大。注意，35是5和7的LCM。

總括來說，若要比較分數，必須分母相同。找相同分母這步驟，稱爲**通分母**。通分母最常用的方法，就是找到分母的LCM。

習 題

(1) $\frac{19}{24}$和$\frac{4}{5}$哪個分數大?

(2) 把下面的分數自小至大排列。

$\frac{13}{33}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{31}{80}$

(3) 把下面的分數自大至小排列。

$\frac{7}{10}$, $\frac{13}{20}$, $\frac{19}{30}$, $\frac{27}{40}$, $\frac{41}{60}$

四、假分數和帶分數

試計算下列各題：

(1) 把下列分數化爲帶分數：

$\frac{7}{3}$，$\frac{6}{5}$，$\frac{18}{7}$，$\frac{184}{13}$，$\frac{200}{71}$。

(2) 把下列分數化爲假分數：

$3\frac{2}{3}$，$4\frac{5}{6}$，$17\frac{3}{8}$，$12\frac{17}{18}$，$30\frac{11}{30}$。

現在請翻看章末的答案。若是有兩個以上的錯誤，就要學習本節。

上兩節的分數，分子通通比分母大，我們稱這種分數爲**眞分數** (proper fraction)。分子大於或等於分母的分數，叫做**假分數** (improper fraction)。

例如 $\frac{5}{2}$，$\frac{4}{3}$。

$\frac{5}{2}$ 的意思是5個 $\frac{1}{2}$。

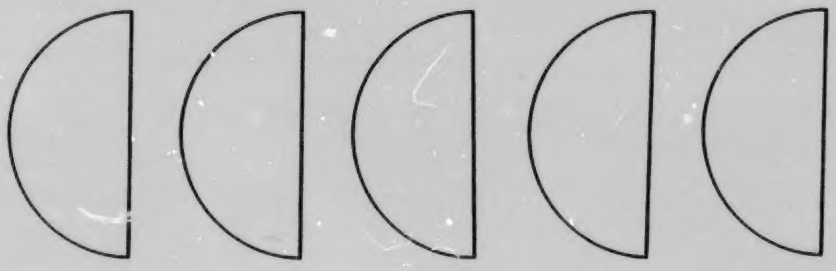


圖 5.6a

或

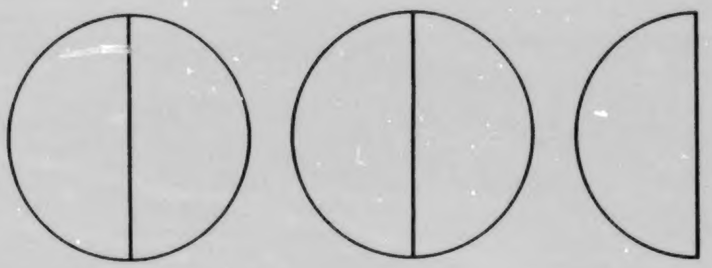


圖 5.6b

$\frac{4}{3}$ 的意思是 4 個 $\frac{1}{3}$

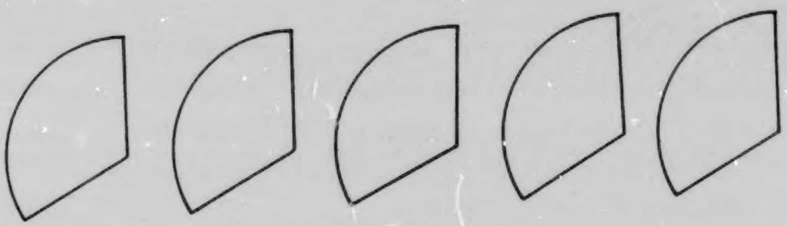


圖 5.6c

或

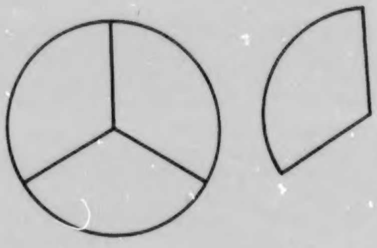


圖 5.6d

有沒有注意到分數中的橫綫是什麼意思？原來這橫綫是除的意思。例如 $\frac{1}{3}$ 是 $1\div3$。有一個餅，平分給三個人，每人可得 $\frac{1}{3}$。$\frac{5}{2}$，就是 $5\div2$。譬如有五個餅，平分給兩個人，每人可得多少？可以有兩種不同的分法。一是把每一個餅都平分爲二，每人拿每個餅的一半，即是5個 $\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$。

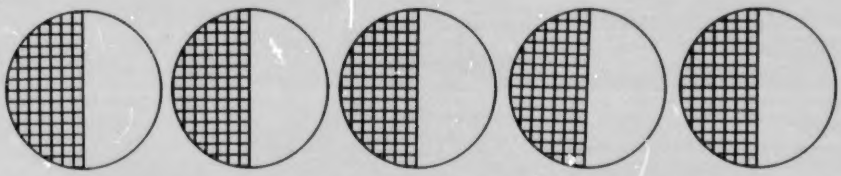


圖 5.6e

$5\div2=\frac{5}{2}$

另一分法，就是每人得兩個餅，那麼剩下一個餅，把它切開爲兩半，一人得一半。

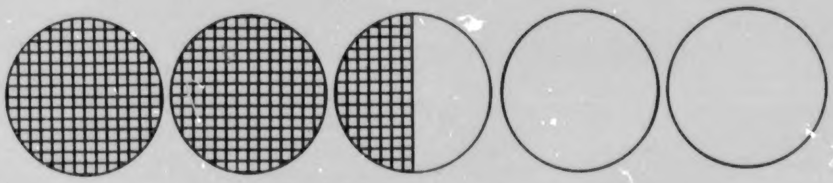


圖 5.6f

那麼每人可得兩個半餅，我們寫爲 $2\frac{1}{2}$，就是 $2+\frac{1}{2}$ 的意思。所以 $5\div2=\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$。$2\frac{1}{2}$ 有整數也有分數，稱爲**帶分數**(**mixed fraction** 或 **mixed number**)。

由上面的例，我們發現假分數和帶分數都是同一件事情，只不過符號不同罷了。那麼怎樣化假分數爲帶分數，帶分數爲假分數呢？

例　題

(甲) 化 $\frac{13}{5}$ 爲假分數。

方法: $\frac{13}{5}$ 是 13 個 $\frac{1}{5}$。

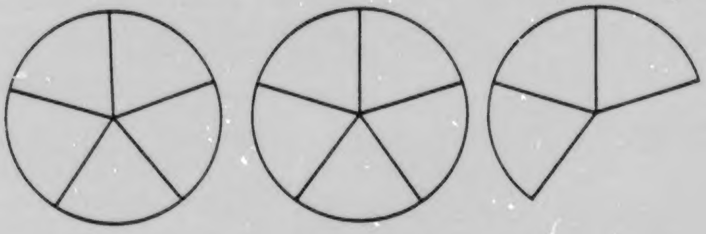


圖 5.6g

我們可以歸併5個$\frac{1}{5}$爲1，另外5個$\frac{1}{5}$歸併爲另外一個1，餘下3個$\frac{1}{5}$。所以

$$\frac{13}{5}=1+1+\frac{3}{5}=2+\frac{3}{5}=2\frac{3}{5}。$$

我們可以用除法計算出來。(記得分數中間的橫綫是除號)。

$13\div5=2$ 餘3，那麼餘下的3除5就變成$\frac{3}{5}$了。

所以$\frac{13}{5}=2\frac{3}{5}$。

$$\begin{array}{r} 2 \\ 5\,\overline{)\,13} \\ 10 \\ \hline 3 \end{array}$$

(乙) 化 $3\frac{1}{4}$ 爲假分數

方法:

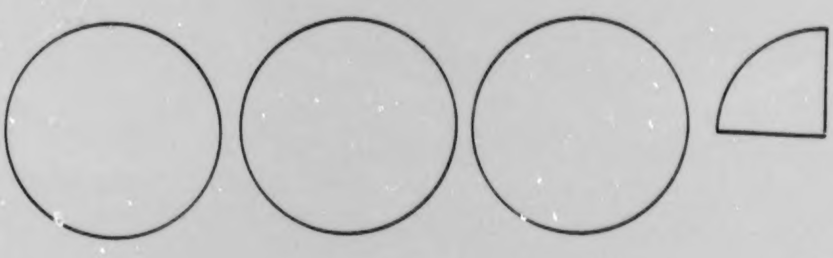


圖 5.6h

上圖是 $3\frac{1}{4}$ 個餅。把3個完整的餅平分爲4，可得12個 $\frac{1}{4}$。連同本來的 $\frac{1}{4}$，一共13個 $\frac{1}{4}$。所以 $3\frac{1}{4}=\frac{13}{4}$。

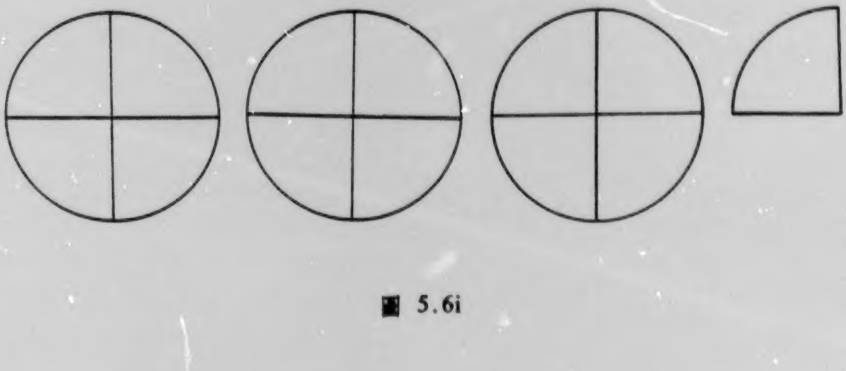


圖 5.6i

我們可以寫成 $3=\frac{3\times 4}{4}=\frac{12}{4}$，所以 $3\frac{1}{4}=\frac{12}{4}+\frac{1}{4}=\frac{13}{4}$。

習　題

(3) 把下面的分數化爲帶分數：

$\frac{5}{2}$，　$\frac{11}{4}$，　$\frac{8}{5}$，　$\frac{30}{12}$，　$\frac{68}{19}$。

(4) 把下面的分數化爲假分數：

$7\frac{5}{6}$，　$13\frac{2}{3}$，　$16\frac{3}{4}$，　$5\frac{2}{10}$，　$9\frac{4}{6}$。

(5) 下面的假分數等於什麼：

$\frac{4}{4}$，　$\frac{8}{4}$，　$\frac{10}{5}$，　$\frac{10}{1}$，　$\frac{0}{1000}$。

五、分數加減法

試計算下列各題，並記錄用時多久。

(1) $\frac{3}{8}+\frac{1}{8}$　　(2) $\frac{5}{9}+\frac{1}{12}$

(3) $\frac{4}{5}+\frac{7}{8}$　　(4) $\frac{31}{13}+\frac{22}{15}$

(5) $3\frac{17}{24}+6\frac{17}{30}$　　(6) $\frac{7}{9}-\frac{2}{9}$

(7) $\frac{7}{8}-\frac{5}{6}$　　(8) $\frac{17}{12}-\frac{13}{15}$

(9) $3\frac{9}{16}-2\frac{4}{15}$　　(10) $6\frac{57}{100}-5\frac{73}{120}$

現在請翻看章末的答案，然後按評估表的指示來作。

評估表

作錯了多少題 用時	0—2	3—5	6—10
15 分鐘以下	略過本節	把本節習題全部作完	學習本節
15 分鐘以上	把本節習題全部作完	把本節習題全部作完	學習本節

$\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$ 是多少？答案很容易找到。把一個餅平分爲5份:

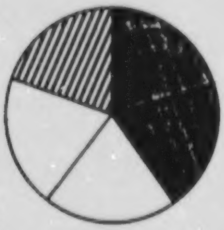


圖 5.6j

先吃兩塊，後再吃一塊，那麼共吃三塊。所以

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$$

當分母相同時，我們只需把分子相加。減數也是一樣。例如:

$$\frac{3}{5}-\frac{1}{5}=\frac{2}{5}。$$

習　題

(11) $\frac{2}{7}+\frac{4}{7}$

(12) $\frac{2}{9}+\frac{4}{9}$

(13) $\frac{2}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}$

(14) $\frac{13}{15}-\frac{7}{15}$

(15) $\frac{11}{8}-\frac{5}{8}$

(16) $\frac{10}{3}-\frac{4}{3}$

(17) $\frac{5}{3}+\frac{4}{3}-\frac{7}{3}$　　(18) $\frac{1}{6}-\frac{5}{6}+\frac{11}{6}$

(19) $\frac{128}{256}+\frac{64}{256}+\frac{32}{256}+\frac{16}{256}+\frac{8}{256}+\frac{4}{256}+\frac{2}{256}+\frac{1}{256}$

(20) 利用(19)題來計算 $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128}+\frac{1}{256}$

假若分母不同怎麼辦？那就要通分母了。

例　題

(甲) $\frac{3}{5}+\frac{1}{4}=?$

方法：5和4的LCM是20。

$\frac{3}{5}=\frac{12}{20}$，　$\frac{1}{4}=\frac{5}{20}$

所以　$\frac{3}{5}+\frac{1}{4}=\frac{12}{20}+\frac{5}{20}=\frac{17}{20}$。

答案：$\frac{17}{20}$。

(乙) $\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=?$

方法：3和4的LCM是12。

$\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=\frac{9}{12}-\frac{8}{12}=\frac{1}{12}$

答案：$\frac{1}{12}$。

習　題

試計算下列各題，並把答案約成最簡分數:

(21) $\frac{1}{3}+\frac{3}{11}$

(22) $\frac{2}{3}+\frac{2}{7}$

(23) $\frac{2}{5}+\frac{4}{9}$

(24) $\frac{1}{4}+\frac{6}{5}+\frac{7}{9}$

(25) $\frac{8}{3}+\frac{2}{5}+\frac{7}{10}+\frac{1}{6}$

(26) $\frac{7}{13}+\frac{9}{23}+\frac{13}{33}$

(27) $\frac{27}{52}+\frac{33}{65}$

(28) $\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\frac{1}{10000}+\frac{1}{100000}$

(29) $\frac{2}{3}-\frac{1}{6}$

(30) $\frac{7}{8}-\frac{3}{4}$

(31) $\frac{5}{8}-\frac{1}{3}$

(32) $\frac{17}{18}-\frac{15}{16}$

(33) $\frac{7}{25}-\frac{7}{30}$

(34) $\frac{17}{117}-\frac{19}{119}$

(35) $\frac{16}{15}-\frac{21}{20}$

(36) $\frac{123}{23}-\frac{123}{46}$

(37) 假若分子是1，我們稱這種分數爲單分數。兩個不同單分數的和，能否是單分數？若是可能，請舉三個不同的例。若是不可能，請解釋爲甚麼。

(38) 三個單分數的和能否是1？若是可能，請找出所有可能的答案。若是不能，請解釋爲甚麼。

(39) 試找出兩個不同的單分數，它們的和比 $\frac{1}{2}$ 小，但是最接近 $\frac{1}{2}$。(即是若有其他兩個單分數的和比 $\frac{1}{2}$ 小，那麼這兩個單分數的和則比原來

兩個單分數的和小。)

(40) 重作(39)題，但是找出三個不同的單分數。

我們現在看看帶分數的加減法，通常有兩個方法來計算。

例 題

(丙) $3\frac{2}{3}+4\frac{3}{4}=?$

方法：(1) 我們把整數和分數的部份分開來加。

$$\begin{aligned}3\frac{2}{3}+4\frac{3}{4}&=(3+4)+\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right)\\&=7+\left(\frac{8}{12}+\frac{9}{12}\right)\\&=7+\frac{17}{12}=7+1\frac{5}{12}\\&=8\frac{5}{12}\end{aligned}$$

(2) 我們先把帶分數化爲假分數，然後通分母。

$$\begin{aligned}3\frac{2}{3}+4\frac{3}{4}&=\frac{11}{3}+\frac{19}{4}=\frac{44}{12}+\frac{57}{12}\\&=\frac{101}{12}=8\frac{5}{12}。\end{aligned}$$

答案：$8\frac{5}{12}$。

（丁）$5\frac{5}{7}-3\frac{1}{3}=$？

方法：（1）整數和分數的部份分開來減。

$$5\frac{5}{7}-3\frac{1}{3}=(5-3)+\left(\frac{5}{7}-\frac{1}{3}\right)$$

$$=2+\frac{15-7}{21}$$

$$=2+\frac{8}{21}$$

$$=2\frac{8}{21}$$

（2）帶分數化假分數。

$$5\frac{5}{7}-3\frac{1}{3}=\frac{40}{7}-\frac{10}{3}=\frac{120-70}{21}$$

$$=\frac{50}{21}=2\frac{8}{21}$$

答案：$2\frac{8}{21}$。

（戊）$7\frac{1}{4}-2\frac{3}{8}=$？

方法：（1）假若我們把分數部份分開來減，結果是 $\frac{1}{4}-\frac{3}{8}=\frac{2-3}{8}=-\frac{1}{8}$。

我們可以先借位，就不致有負數出現了。

$$7\frac{1}{4}-2\frac{3}{8}=6+1\frac{3}{4}-2\frac{3}{8}$$

$$=(6-2)+\left(1\frac{3}{4}-\frac{3}{8}\right)$$

$$=4+\left(\frac{5}{4}-\frac{3}{8}\right)$$

$$=4+\frac{10-3}{8}=4\frac{7}{8}$$

(2) $7\frac{1}{4}-2\frac{3}{8}=\frac{29}{4}-\frac{19}{8}=\frac{58-19}{8}=\frac{39}{8}$

$=4\frac{7}{8}$。

習　題

计算下列各题：

(41) $10\frac{2}{7}+1\frac{4}{7}$

(42) $6\frac{2}{5}+4\frac{1}{6}$

(43) $3+8\frac{1}{2}$

(44) $30\frac{3}{7}+10\frac{4}{7}$

(45) $123\frac{455}{456}+456\frac{788}{789}$

(46) $16\frac{8}{9}-8\frac{4}{9}$

(47) $21\frac{10}{11}-18\frac{10}{13}$

(48) $10\frac{3}{5}-6\frac{5}{6}$

(49) $2-1\frac{7}{10}$

(50) $168\frac{47}{120}-54\frac{71}{160}$

應用題

(己) 某運動員練跑時，先跑 $\frac{3}{4}$ 哩，然後休息一會兒。再跑一哩，又再休息。最後又跑 $\frac{2}{3}$ 哩。他總共跑了多少哩？

方法：$\frac{3}{4}+1+\frac{2}{3}=\frac{9+12+8}{12}=\frac{29}{12}=2\frac{5}{12}$

答案：他共跑了 $2\frac{5}{12}$ 哩。

(庚) 媽媽買了 $1\frac{1}{2}$ 磅花生糖，分給穗生和香生後，剩下 $\frac{1}{4}$ 磅。現知穗生得 $\frac{3}{5}$ 磅，那麼香生得多少磅？

方法：穗生，香生二人共分得 $\left(1\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)$ 磅 $=1\frac{1}{4}$ 磅。

穗生分得 $\frac{3}{5}$ 磅，所以香生得

$$\left(1\frac{1}{4}-\frac{3}{5}\right)\text{磅}=\left(\frac{5}{4}-\frac{3}{5}\right)\text{磅}$$
$$=\frac{25-12}{20}\text{磅}$$
$$=\frac{13}{20}\text{磅}$$

答案：香生得 $\frac{13}{20}$ 磅。

習　題

(51) 你在中秋節前一天吃了 $\frac{1}{3}$ 個月餅，中秋節那天吃了 $1\frac{1}{4}$ 個，次日吃

了 $\frac{3}{4}$ 個。你在這三天一共吃了多少月餅？

(52) 小李發現自己房間太凌亂了，一堆堆的書，桌子上也有，床底下也有，衣櫥裏也有。於是決定造一個書架。他星期五晚上作了 $\frac{1}{8}$，星期六作了 $\frac{1}{5}$，星期日又作了 $\frac{1}{3}$。那麼還剩下多少未作完？

(53) 美儀晚飯前打了讀書報告的 $\frac{2}{7}$，晚飯後又打了 $\frac{2}{5}$，還有多少未打完？

(54) 黃羅拔和雪梨・安德遜競選學生會主席，黃羅拔獲得選票的 $\frac{51}{100}$，安德遜獲得其他的選票。那麼黃羅拔比安德遜多獲選票數的幾分之幾？

(55) 林達生，李明曦，魏廣安三人量體重，林達生比李明曦重 $3\frac{3}{4}$ 磅，比魏廣安輕 $5\frac{1}{4}$ 磅。魏廣安的體重是 $122\frac{1}{2}$ 磅，那麼林達生和李明曦的體重是多少磅？

六、分數乘法

試計算下列各題，並記錄用時多久。

(1) $\frac{11}{13}\times\frac{17}{19}$　　(2) $\frac{15}{4}\times\frac{8}{25}$

(3) $\frac{2}{3}\times\frac{6}{35}\times\frac{7}{8}\times 10$　　(4) $7\frac{8}{24}\times 5\frac{19}{25}$

(5) 瑪麗最喜歡吃杏仁豆腐，食譜上說若用 $1\frac{1}{2}$ 杯牛奶就夠六個人吃。她要作杏仁豆腐給八個人吃，那麼要用多少牛奶？

現在請翻看章末的答案，然後按評估表的指示來作。

作錯了多少題 用時多久	0—1	2	3—5
五分鐘以下	略過本節	把本節習題全部作完	學習本節
五分鐘以上	把本節習題全部作完	把本節習題全部作完	學習本節

* * *

分數乘法非常簡單。我們先舉一個例來說明。譬如媽媽請客，你幫忙她預備甜品，作椰汁糕。依菜譜的份量：若要供12人用，需要 $\frac{3}{4}$ 杯糖。那麼假若有24人，要用多少糖？答案是 $\frac{3}{4}$ 杯的一倍，即是 $2\times\frac{3}{4}$ 杯。那有

多少？

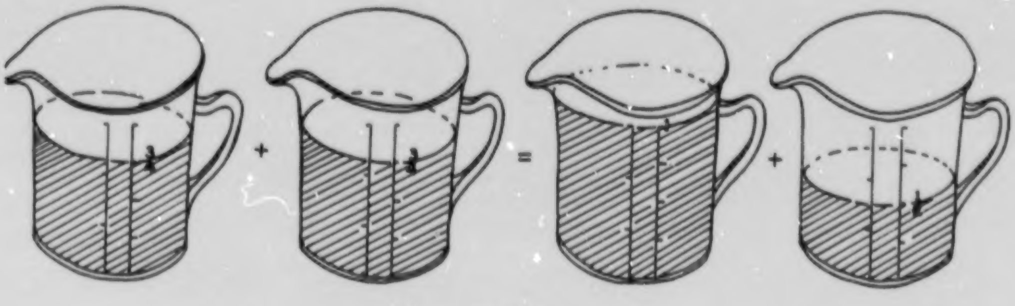


圖 5.7

上圖兩個杯，每杯有 $\frac{3}{4}$ 杯糖，合起來是多少？我們可以把其中一杯的糖，倒到另外一杯去，把它倒滿。明顯地可以倒 $\frac{1}{4}$ 杯，剩下 $\frac{1}{2}$ 杯。所以 $2\times\frac{3}{4}$ 杯等於 1 杯加半杯。

$$2\times\frac{3}{4}=\frac{2\times3}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$$

假若有 36 人，要用多少糖？就要用菜譜三倍的糖。

$3\times\frac{3}{4}=3$ 個 $\frac{1}{4}$ 的 3 倍 $=9$ 個 $\frac{1}{4}=\frac{9}{4}$

$$3\times\frac{3}{4}=\frac{3\times3}{4}=\frac{9}{4}=2\frac{1}{4}$$

假若只有 6 人，那麼就要用菜譜半倍的糖。$\frac{3}{4}$ 的一半是 $\frac{3}{8}$。所以

$$\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{1\times3}{2\times4}=\frac{3}{8}。$$

假若只有4人，那麼就要用菜譜 $\frac{1}{3}$ 的糖。$\frac{3}{4}$ 的 $\frac{1}{3}$ 是 $\frac{1}{4}$。

$$\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1\times3}{3\times4}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$$

我們可以歸納出下面的規則：

$$\boxed{\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}}$$

例　題

(甲) $\frac{2}{3}\times\frac{7}{5}=\frac{2\times7}{3\times5}=\frac{14}{15}$。

(乙) $\frac{7}{8}\times\frac{4}{7}=\frac{7\times4}{8\times7}=\frac{28}{56}=\frac{1}{2}$。

習　題

計算下列各題，並把答案約成最簡分數。

(6) $\frac{3}{5}\times\frac{1}{6}$

(7) $\frac{2}{7}\times\frac{5}{9}$

(8) $\frac{8}{3}\times6$

(9) $\left(\frac{5}{7}\right)^2$

(10) $\frac{7}{10}\times\frac{15}{28}$

我們計算分數乘法時，通常要答案是最簡分數。約數這步驟，可以在乘分子和分母前進行，那麼就不用乘那麼大的數了。

例 題

（丙）$\frac{3}{4}\times\frac{8}{9}=?$

方法：我們當然可以把分子相乘，然後再把分母相乘，得 $\frac{3\times 8}{4\times 9}=\frac{24}{36}$，再約成 $\frac{2}{3}$。

我們更可以在相乘以前約數。首先，注意4是4和8的公因數，可以約去：

$$\frac{3}{\cancel{4}_1}\times\frac{\cancel{8}^2}{9}$$

3和9的公因數是3，也可以約去：

$$\frac{\cancel{3}^1}{\cancel{4}_1}\times\frac{\cancel{8}^2}{\cancel{9}_3}$$

結果 $\frac{3}{4}\times\frac{8}{9}=\frac{1\times 2}{1\times 3}=\frac{2}{3}$。

答案：$\frac{2}{3}$。

（丁）$\frac{9}{10}\times\frac{25}{3}$

方法：(a) $\frac{\cancel{9}^3}{10}\times\frac{25}{\cancel{3}_1}$ (b) $\frac{\cancel{9}^3}{\cancel{10}_2}\times\frac{\cancel{25}^5}{\cancel{3}_1}$ (c) $\frac{3\times 5}{2}=\frac{15}{2}$

解釋：(a) 把9和3用3除，得3和1。1通常可以不寫下來。

(b) 把25和10用5除，得5和2。

(c) 約後，可得 $\frac{3\times5}{2}=\frac{15}{2}$。

答案: $\frac{15}{2}$ 或 $7\frac{1}{2}$。

習　題

計算下列題目時，先約後乘。

(11) $\frac{6}{7}\times\frac{1}{3}$

(12) $\frac{8}{13}\times\frac{65}{16}$

(13) $\frac{3}{10}\times\frac{25}{9}$

(14) $\frac{12}{13}\times\frac{13}{12}$

(15) $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\times\frac{5}{6}$

帶分數必須化為假分數來乘。

例　題

(戊) $1\frac{1}{2}\times2\frac{2}{3}=\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}\times\frac{\cancel{8}^{4}}{\cancel{3}}=4$

習　題

計算下列各題:

(16) $\frac{3}{4}\times6\frac{1}{2}$

(17) $\frac{5}{6}\times3\frac{3}{4}$

(18) $\frac{4}{9}\times3\frac{1}{3}$　　(19) $2\frac{1}{5}\times3\frac{2}{11}$

(20) $1\frac{6}{15}\times9\frac{3}{8}$

應用題

(己) 張雪梅繡一張枱布給媽媽作生日禮物。她每天繡 $\frac{1}{12}$，繡了9天。還剩下多少未繡？

方法： 9天共繡 $9\times\frac{1}{12}=\frac{3}{4}$，所以剩下 $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$ 還未繡。

習　題

(21) 胡令筠買 $8\frac{1}{3}$ 碼木材作書架，用了 $\frac{4}{5}$，剩下多少木材？

(22) 宋冰潔預備用半天工夫來縫紉。她已作完 $\frac{2}{5}$，那麼用了多少時候？

(23) 要作够六人吃的釀豆腐，需要用半磅豬肉。那麼若要作釀豆腐够四個人吃，要用豬肉多少磅？九個人又用多少豬肉？

(24) 陳老先生去世後，律師宣讀遺囑。遺囑說，抽完遺產稅和付完手續費後，剩下的遺產，長子陳修文可得 $\frac{2}{5}$，次子陳尚武不孝忤逆，分得只是陳修文的 $\frac{1}{10}$。餘下的，一半給陳老夫人。剩下的捐給慈善事業。今如捐給慈善事業$75,000，那麼陳尚武分得多少錢？

(25) 大小兩水管注水，大管一分鐘注水 $8\frac{1}{4}$ 公升，小管一分鐘注水 $6\frac{1}{5}$ 公升。

(a) 兩管同時開放，一分鐘注水多少公升？

(b) 如果只用大管，十分鐘注水多少公升？

(c) 如果兩管同時開放，一小時注水多少公升？

七、分數除法

試計算下列各題，並記錄用時多久。

(1) $\frac{1}{6}\div\frac{7}{12}$　　(2) $3\div\frac{6}{13}$

(3) $3\frac{1}{8}\div2\frac{1}{2}$　　(4) $8\frac{4}{7}\div15$

(5) 李太太作了 $6\frac{1}{6}$ 加侖橙汁，倒進 $1\frac{1}{2}$ 加侖的水瓶，需要多少個水瓶？

現在請翻看章末答案，然後按評估表的指示來作。

作錯了多少題 用時多久	0—1	2	3—5
五分鐘以下	略過本節	把本節全部習題作完	學習本節
五分鐘以上	把本節習題全部作完	把本節全部習題作完	學習本節

未介紹分數除法前，我們先介紹倒數。一個分數的**倒數** (reciprocal)，名符其實，就是把分數倒轉過來，分子成分母，分母成分子。例如 $\frac{2}{3}$ 的倒數是 $\frac{3}{2}$，$\frac{3}{4}$ 的倒數是 $\frac{4}{3}$，$\frac{1}{2}$ 的倒數是 $\frac{2}{1}=2$。

習　題

(6) 下列各分數的倒數是什麼？

$\frac{2}{5}$，　$\frac{8}{7}$，　$\frac{1}{6}$，　$\frac{24}{13}$，　$\frac{1001}{101}$。

(7) 2 的倒數是什麼？3 的倒數是什麼？概括來說，一個整數的倒數是什麼？

(8) 一個數和它倒數的和能否是整數？若是可能，請找出三個例，若是不能，請解釋。

(9) 一個數和它倒數的和，至小是什麼？〔試計算幾個分數和倒數的和，然後試找出它們至小是什麼。〕

(10) 一個數和它倒數的積是什麼？

我們現在看看怎樣除分數。我們先看整數的除法。

$$6 \div 3 = 2 = 6 \times \frac{1}{3}$$

$$8 \div 2 = 4 = 8 \times \frac{1}{2}$$

$$10 \div 3 = \frac{10}{3} = 10 \times \frac{1}{3}$$

$$6 \div 11 = \frac{6}{11} = 6 \times \frac{1}{11}$$

我們發現，假若除以一個整數，結果和乘以整數的倒數一樣。分數除法也是一樣。

$$\boxed{\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}}$$

例　題

(甲) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{2}{\cancel{3}_1} \times \frac{\cancel{6}^2}{1} = 4$

(乙) $\frac{7}{10} \div 7 = \frac{7}{10} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{10}$

習　題

計算下列各題:

(11) $\frac{2}{3} \div \frac{2}{5}$

(12) $\frac{5}{6} \div \frac{2}{3}$

(13) $\frac{6}{7} \div \frac{7}{8}$

(14) $\frac{1}{7} \div \frac{1}{8}$

(15) $\frac{6}{13} \div \frac{3}{8}$

(16) $4 \div \frac{5}{6}$

(17) $\frac{3}{4} \div 6$

(18) $\frac{3}{5} \div \frac{9}{10}$

(19) $\frac{22}{3} \div \frac{1}{27}$

(20) $\frac{82}{27} \div \frac{123}{27}$

若是除數或被除數是帶分數，必須化爲假分數。

例　題

(丙) $3\frac{1}{8} \div 2\frac{1}{2} = \frac{25}{8} \div \frac{5}{2} = \frac{\cancel{25}^5}{\cancel{8}_4} \times \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{5}_1} = \frac{5}{4}$

$= 1\frac{1}{4}$

習　題

計算下列各題：

(21) $1\frac{4}{5} \div \frac{1}{5}$

(22) $\frac{1}{3} \div 1\frac{3}{4}$

(23) $\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{7}$

(24) $4\frac{1}{5} \div 4\frac{1}{5}$

(25) $6\frac{2}{13} \div 3\frac{1}{5}$

應用題

(丁) **一班學生，參加合唱團的男生是全班男生的 $\frac{3}{10}$，共 6 人，參加合唱團的女生是全班女生的 $\frac{3}{8}$，共 6 人。全班共有多少學生？**

方法： 6 人是全班男生的 $\frac{3}{10}$，所以男生總數是　$6 \div \frac{3}{10} = 6 \times \frac{10}{3} = 20$

6 人是全部女生的 $\frac{3}{8}$，所以女生總數是　$6 \div \frac{3}{8} = 6 \times \frac{8}{3} = 16$

所以全班共有 (20+16) 人＝36 人。

習　題

(26) 一班學生騎腳踏車旅行，$4\frac{1}{2}$ 小時內走了 $18\frac{1}{3}$ 哩。他們一小時走了多少哩？

(27) 珍尼從一個一加侖的煲內把湯舀出來。勺子可盛 $\frac{1}{16}$ 加侖，那麼珍尼要舀多少次才能把湯舀完？

(28) 鍾先生可在半天內完成三分之一件工作。那麼完成整件工作需時多久？

(29) 每個米缸可裝米七斗半，今有米一百斗，需要多少缸才可全部裝完？

八、繁分數

繁分數 (complex fraction) 的分子或分母是分數，而不是整數。例如:

$$\frac{\frac{2}{3}}{8},\qquad \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}},\qquad \frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{\frac{3}{13}}$$

計算繁分數數值很簡單，只要記著分數的橫線是除的意思。例如:

$$\frac{\frac{2}{3}}{8}=\frac{2}{3}\div 8=\frac{\cancel{2}^{1}}{3}\times\frac{1}{\cancel{8}_{4}}=\frac{1}{12}$$

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}}=\frac{3}{4}\div\frac{5}{6}=\frac{3}{4}\times\frac{6}{5}=\frac{9}{10}$$

$$\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{\frac{3}{13}}=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\div\frac{3}{13}=\frac{3-2}{6}\div\frac{3}{13}$$

$$=\frac{1}{6}\times\frac{13}{3}=\frac{13}{18}$$

習 題

把下列繁分數化簡:

(1) $\dfrac{\frac{27}{7}}{9}$　(2) $\dfrac{7}{\frac{21}{8}}$　(3) $\dfrac{\frac{1}{4}+\frac{3}{2}-1}{\frac{1}{4}+\frac{5}{2}+4}$

(4) $\dfrac{\frac{7}{5}}{\frac{10}{21}}$　(5) $\dfrac{\frac{5}{8}}{\frac{32}{15}}$　(6) $\dfrac{2+\frac{1}{2}}{3+\frac{1}{3}}$

(7) $\dfrac{1}{\dfrac{1}{\dfrac{1}{\dfrac{1}{2}}}}$　(8) $\dfrac{\dfrac{\dfrac{\frac{1}{1}}{1}}{1}}{2}$

(9) $\dfrac{2}{\frac{3}{4}}$ 和 $\dfrac{\frac{2}{3}}{4}$ 是否一樣？

九、有理數

有理數(**rational number**) 就是分子分母都是整數的分數。你或許以爲這和前數節的分數沒有分別。其實也沒有太大的分別，只不過有理數可以是負數。例如 $\frac{-2}{3}$，$\frac{1}{-2}$，$\frac{5}{4}$，$-\frac{8}{3}$ 都是有理數。

有理數的算術運算，和整數運算沒有什麼分別，乘除也是負負得正，正負得負，所以不詳細說明了。

例　題

(甲) $\frac{-2}{3}$，$\frac{2}{-3}$，$-\frac{2}{3}$ **三數有沒有分別？**

解題: $\frac{-2}{3}$ 可看爲 $(-2)\div 3$，是負數除正數，所以商是負數。因此 $\frac{-2}{3}$ 是 $-\frac{2}{3}$。同樣 $\frac{2}{-3}$ 是 $2\div(-3)$，也是負數。所以 $\frac{2}{-3}$ 也是 $-\frac{2}{3}$。

(乙) $\left(-\frac{3}{7}\right)-\left(-\frac{5}{14}\right)=$？

方法: $$\left(-\frac{3}{7}\right)-\left(-\frac{5}{14}\right)=-\frac{3}{7}+\frac{5}{14}=\frac{5}{14}-\frac{3}{7}$$

$$=\frac{5-6}{14}=\frac{-1}{14}=-\frac{1}{14}。$$

答案: $-\frac{1}{14}$。

(丙) $\left(-\frac{7}{13}\right)\times\left(-\frac{39}{14}\right)=$？

方法： 因爲負負得正，所以

$$\left(-\frac{7}{13}\right)\times\left(-\frac{39}{14}\right)=\frac{7}{13}\times\frac{39}{14}=\frac{3}{2}$$

答案： $\frac{3}{2}$。

習　題

(1) $\left(-\frac{3}{8}\right)+\frac{5}{6}$

(2) $\frac{13}{18}+\left(-\frac{14}{27}\right)$

(3) $\left(-\frac{7}{25}\right)+\left(-\frac{9}{40}\right)$

(4) $\frac{4}{15}-\left(-\frac{7}{20}\right)$

(5) $\left(-\frac{24}{101}\right)-\frac{25}{909}$

(6) $\left(-\frac{7}{22}\right)-\left(-\frac{19}{55}\right)$

(7) $\frac{13}{18}\times\left(-\frac{8}{39}\right)$

(8) $\left(-\frac{84}{17}\right)\times\frac{85}{14}$

(9) $\left(-\frac{9}{20}\right)\times\left(-\frac{8}{21}\right)$

(10) $(-2)\div\frac{4}{5}$

(11) $\frac{45}{88}\div\left(-\frac{30}{77}\right)$

(12) $\left(-\frac{101}{200}\right)\div\left(-\frac{201}{300}\right)$

(13) (a) 在 15 和 150 中間有多少個整數？

(b) 在 15 和 1500 中間有多少個整數？

(c) 在任何兩個整數 a, b 中間有多少個整數？

(14) (a) 找出 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$ 中間十個不同的有理數？

(b) $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$ 中間有多少個有理數？

(c) 在任何兩個有理數中間有多少個有理數？

十、複習題目

(1) 試列舉與 $\frac{7}{13}$ 等值的五個不同的分數。

(2) 把 $\frac{143}{210}$，$\frac{47}{70}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{24}{35}$，$\frac{71}{105}$ 自大至小排列。

(3) 把 $\frac{1,470}{3,690}$，$\frac{4,171}{6,407}$，$\frac{3,137}{7,583}$ 約成最簡分數。

(4) 有多少個最簡真分數的分母是 (a) 111 (b) 1001 (c) 144。

(5) 把下列假分數化爲帶分數:

(a) $\frac{37}{9}$　(b) $\frac{62}{13}$　(c) $\frac{108}{57}$　(d) $\frac{16384}{729}$

(e) $\frac{88}{11}$

(6) 把下列帶分數化爲假分數:

(a) $7\frac{5}{6}$　(b) $2\frac{3}{4}$　(c) $111\frac{110}{111}$　(d) $82\frac{3}{5}$

(e) $684\frac{37}{265}$

(7) 計算下列各題:

(a) $\frac{3}{8}+\frac{7}{8}$　(b) $\frac{8}{15}+\frac{5}{20}$

(c) $\frac{17}{12}+\frac{7}{18}$　(d) $10\frac{4}{5}+8\frac{1}{3}$

(e) $\frac{11}{16}-\frac{5}{16}$　(f) $\frac{37}{24}-\frac{21}{16}$

(g) $3\frac{7}{8}-2\frac{5}{6}$

(h) $11\frac{1}{11}-9\frac{1}{9}$

(i) $\frac{25}{18}\times 6$

(j) $\frac{11}{15}\times\frac{20}{33}$

(k) $8\frac{1}{3}\times 6\frac{3}{5}$

(l) $88\frac{3}{4}\times 76\frac{2}{5}$

(m) $\frac{5}{16}\div 8$

(n) $7\div\frac{1}{12}$

(o) $3\frac{5}{6}\div 4\frac{3}{5}$

(p) $\frac{26}{27}\div\frac{91}{81}$

(q) $\frac{5}{6}+\left(-\frac{11}{12}\right)$

(r) $\left(-\frac{3}{5}\right)+\left(-\frac{7}{8}\right)$

(s) $2\frac{2}{3}+\left(-3\frac{1}{3}\right)$

(t) $3\frac{1}{6}-\left(-2\frac{4}{15}\right)$

(u) $-\frac{7}{9}-\left(-\frac{1}{6}\right)$

(v) $6\frac{7}{13}\times\left(-5\frac{6}{17}\right)$

(w) $\left(-\frac{5}{3}\right)\times\left(-4\frac{1}{2}\right)$

(x) $\left(-8\frac{1}{8}\right)\div\left(-15\frac{1}{6}\right)$

(y) $(-100)\div\left(\frac{1}{100}\right)$

(8) 把下列繁分數化簡:

(a) $\dfrac{2}{\frac{4}{5}}$

(b) $\dfrac{\frac{3}{7}}{9}$

(c) $\dfrac{\frac{4}{13}}{\frac{7}{26}}$

(d) $\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}+\frac{1}{5}}$

(e) $\dfrac{\frac{7}{8}-\frac{8}{9}}{\frac{9}{10}-\frac{10}{11}}$

生 字 表

complex fraction	繁分數
denominator	分母
equivalent fraction	等值分數
fraction	分數
improper fraction	假分數
lowest terms	最簡分數
mixed fraction, mixed number	帶分數
numerator	分子
proper fraction	真分數
rational number	有理數
reciprocal	倒數
reducing	約數

答　案

二、分數是什麼？

(1) $\frac{4}{5}$，　　(2) $\frac{8}{12}=\frac{6}{24}=\frac{4}{6}=\frac{58}{87}=\frac{34}{51}=\frac{2}{3}$

(3) $\frac{3}{4}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{8}{13}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{17}{19}$　　(4) $\frac{5}{8}$，$\frac{13}{20}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{17}{24}$，$\frac{11}{15}$

(5) 不能，因為 $\frac{9}{12}$ 約成最簡分數時是 $\frac{3}{4}$，而 18 不是 4 的倍數。

(7) $\frac{59}{144}$　　(9) 黑猩猩：$\frac{10}{38}$，大猩猩：$\frac{8}{38}$，猩猩：$\frac{6}{38}$，長臂猿：$\frac{14}{38}$。　　(11) $\frac{6}{14}$，$\frac{15}{35}$，$\frac{75}{175}$，$\frac{429}{1001}$

(14) $\frac{3}{5}$，$\frac{3}{11}$，$\frac{3}{7}$，$\frac{13}{16}$，$\frac{9}{11}$

(16) $\frac{90}{144}=\frac{45}{72}=\frac{150}{240}=\frac{25}{40}=\frac{40}{64}=\frac{120}{192}=\frac{35}{56}$

三、怎樣比較分數

(1) $\frac{4}{5}$　　(3) $\frac{7}{10}$，$\frac{14}{60}$，$\frac{27}{40}$，$\frac{13}{20}$，$\frac{19}{30}$

四、假分數和帶分數

(1) $2\frac{1}{3}$，$1\frac{1}{5}$，$2\frac{4}{7}$，$14\frac{12}{13}$，$2\frac{58}{71}$

(2) $\frac{11}{3}$，$\frac{29}{6}$，$\frac{139}{8}$，$\frac{223}{18}$，$\frac{911}{30}$

(3) $2\frac{1}{2}$，$2\frac{3}{4}$，$1\frac{3}{5}$，$2\frac{1}{2}$，$3\frac{11}{19}$

(4) $\frac{47}{6}$，$\frac{41}{3}$，$\frac{67}{4}$，$\frac{52}{10}$ 或 $\frac{26}{5}$，$\frac{58}{6}$， 或 $\frac{29}{3}$

五、分數加減法

(1) $\frac{1}{2}$　(2) $\frac{23}{36}$　(3) $1\frac{27}{40}$　(4) $3\frac{166}{195}$

(5) $10\frac{11}{40}$　(6) $\frac{5}{9}$　(7) $\frac{1}{24}$　(8) $\frac{11}{20}$

(9) $1\frac{71}{240}$　(10) $\frac{577}{600}$　(11) $\frac{6}{7}$　(13) 1

(15) $\frac{3}{4}$　(17) $\frac{2}{3}$　(19) $\frac{255}{256}$　(21) $\frac{22}{30}$

(23) $\frac{38}{45}$　(25) $\frac{59}{15}$　(27) $\frac{267}{260}$　(29) $\frac{1}{2}$

(31) $\frac{7}{24}$　(33) $\frac{7}{150}$　(35) $\frac{1}{60}$　(41) $11\frac{6}{7}$

(43) $11\frac{1}{2}$　(45) $580\frac{119665}{119928}$　(47) $3\frac{20}{143}$

(49) $\frac{3}{10}$　(51) $2\frac{1}{4}$ 個　(53) $\frac{11}{35}$

(55) 林達生：$117\frac{1}{4}$ 磅，李明儀：$113\frac{1}{2}$ 磅

六、分數乘法

(1) $\frac{187}{247}$　(2) $\frac{6}{5}$　(3) 1　(4) 42

(5) 兩杯　(7) $\frac{10}{63}$　(9) $\frac{25}{49}$　(11) $\frac{2}{7}$

(13) $\frac{5}{6}$　(15) $\frac{1}{6}$　(17) $\frac{25}{8}$　(19) 7

(21) $1\frac{2}{3}$ 碼　(23) $\frac{1}{3}$ 磅，$\frac{3}{4}$ 磅

(25) (a) $14\frac{9}{20}$ 公升　(b) $82\frac{1}{2}$ 公升　(c) 867 公升

七、分數除法

(1) $\frac{2}{7}$　(2) $6\frac{1}{2}$　(3) $\frac{5}{4}$　(4) $\frac{4}{7}$　(5) 5 瓶

(7) $\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，單分數　(11) $\frac{5}{3}$　(13) $\frac{48}{49}$　(15) $\frac{16}{13}$

(17) $\frac{1}{8}$　(19) 198　(21) 9　(23) $\frac{7}{20}$　(25) $\frac{25}{13}$

(27) 16 次　(29) 14 缸。

八、繁分數

(1) $\frac{3}{7}$　(3) $\frac{1}{9}$　(5) $\frac{75}{256}$　(7) 2

九、有理數

(1) $\frac{11}{24}$　(3) $\frac{101}{200}$　(5) $\frac{241}{909}$　(7) $-\frac{4}{27}$

(9) $\frac{6}{35}$　(11) $-\frac{21}{16}$　(13) (a) 134　(b) 1484　(c) $b-a-1$

十、複習題目

(1) $\frac{7}{13}=\frac{14}{26}=\frac{21}{39}=\frac{28}{52}=\frac{35}{65}=\frac{42}{78}=\cdots\cdots$

(2) $\frac{24}{35}$，$\frac{143}{210}$，$\frac{71}{105}$，$\frac{47}{70}$，$\frac{2}{3}$

(3) $\frac{49}{123}$，$\frac{97}{149}$，$\frac{3137}{7583}$

(4) (a) 72　(b) 900　(c) 48

(5) (a) $4\frac{1}{9}$　(b) $4\frac{10}{13}$　(c) $1\frac{51}{57}$ 或 $1\frac{17}{29}$　(d) $22\frac{346}{729}$　(e) 8

(6) (a) $\frac{47}{6}$　(b) $\frac{11}{4}$　(c) $\frac{12431}{111}$　(d) $\frac{413}{5}$　(e) $\frac{181297}{265}$

(7) (a) $\frac{5}{4}$　(b) $\frac{47}{60}$　(c) $\frac{55}{36}$　(d) $19\frac{2}{15}$

(e) $\frac{3}{8}$　(f) $\frac{11}{48}$　(g) $1\frac{1}{24}$　(h) $1\frac{97}{99}$

(i) $\frac{25}{3}$　(j) $\frac{4}{9}$　(k) 55　(l) 6603

(m) $\frac{5}{128}$　(n) 84　(o) $\frac{5}{6}$　(p) $\frac{6}{7}$

(q) $-\frac{1}{12}$　(r) $-\frac{59}{40}$　(s) $\frac{2}{3}$　(t) $5\frac{13}{30}$

(u) $-\frac{11}{18}$ (v) -30 (w) $\frac{15}{2}$ (x) $\frac{15}{28}$

(y) -10000

(8) (a) $\frac{5}{2}$ (b) $\frac{1}{21}$ (c) $\frac{8}{7}$ (d) $\frac{50}{27}$

(e) $\frac{55}{36}$

第六章 小數

一、引 言

我們在第二章提過印度阿拉伯命數系統是最好的命數系統。我們可以用這個系統代表任何數字，算術運算也簡單，而且有一定的方法計算。

我們在第四章和第五章介紹了新的數字。負數的運算和自然數差不了什麼，只有乘法要注意正負號。負數基本上還是根據十進法的原則來運算的。分數則不然了。分數不是根據十進法來寫成的，因此運算時也不再依從十進數運算的規則。所以分數加減法相當麻煩，先要通分母，然後才可以相加或相減。比較分數大小時，也是一樣的要通分母。

因爲有這些短處，我們希望有一個新的系統來代表有理數。這個新系統，必須是用十進法寫成的，因爲現代社會電子計算機十分流行，而電子計算機只有0，1，2，3，4，5，6，7，8，9十個符號，那麼我們怎樣利用這十個符號來代表分數呢？

二、小　數

試計算下列各題：

(1) 用小數寫出下面的數字：

(a) $\frac{2}{10}+\frac{6}{100}+\frac{9}{1000}+\frac{1}{10000}$

(b) $6\times 10+8\times 1+6\times\frac{1}{10}+5\times\frac{1}{10^2}+7\times\frac{1}{10^3}$

(c) $10^6+\frac{1}{10^6}$

(2) 把下面小數寫成第一題形式的分數。

(a) .625　　(b) 30.24　　(c) 700,000.82

(3) 在數綫上劃出下面各點：

.7,　　2.4,　　3.25,　　−.45,　　−2.1

现在請翻看章末的答案，若錯兩題或兩題以上，就要學習本節。

小數 (decimals) 是十進數的延申。我們先看十進數的命數原則。

1,234 的意思是 $1\times 10^3+2\times 10^2+3\times 10^1+4\times 1$。我們在前面說過，每一個數字的位置，告訴我們它是代表個位還是十位、百位等等。我們從一個數最左邊的數字起，一位一位的往右移，那麼每移一位，位值就小十倍。例如 1,234，從 1 移往 2，是從千位移往百位。百是千的十分之一。從 2 移往 3，是從百位移往十位，十是百的十分之一。從 3 移往 4，是從十位移往個位，

也是小十分之一。

那麼我們若從個位往右移一位，可得什麼？當然是比一小十分之一的位值啦。於是便得到 $\frac{1}{10}$ 位。若從 $\frac{1}{10}$ 位往右移，便可得 $\frac{1}{100}$ 位。例如 1,234.567,89。

4和5中間那一點極其重要，它告訴我們那一位是個位。這點稱爲**小數點** **(decimal point)**，小數點左邊就是個位。1,234.567,89 的 5 在 $\frac{1}{10}$ 位，6 在 $\frac{1}{100}$ 位，7 在 $\frac{1}{1000}$ 位，等等。1,234.567,89 的意思，就是

$$1\times10^3+2\times10^2+3\times10+4\times1+5\times\frac{1}{10}+6\times\frac{1}{10^2}+7\times\frac{1}{10^3}+$$

$$8\times\frac{1}{10^4}+9\times\frac{1}{10^5}。$$

我們再舉另外一例：.703。這數小數點的左邊沒有數字，表示沒有個位、十位、百位等等。.703 也可以寫成 0.703。.703 的意思，是

$$7\times\frac{1}{10}+0\times\frac{1}{10^2}+3\times\frac{1}{10^3}=7\times\frac{1}{10^1}+3\times\frac{1}{10^3}$$

凡是小數點右邊有數字的，都叫做小數。

習題

(4) 把下列數字寫成小數：

(a) $1\times10^5+3\times10^4+5\times10^3+7\times10^2+9\times10+2\times1+4\times\frac{1}{10^1}+$

$6\times\frac{1}{10^2}+8\times\frac{1}{10^3}$

(b) $\frac{3}{10}+\frac{5}{100}+\frac{4}{1,000}+\frac{2}{10,000}$

(c) $7\times10^6+5\times10^3+9\times10+2\times\frac{1}{10}+7\times\frac{1}{10^3}$

(d) $5\times10^6+6\times\frac{1}{10^6}$

(e) $\frac{1}{10^4}$

(f) $\frac{28}{100}$

(g) $\frac{325}{10,000}$

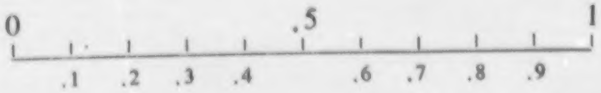
(5) 把下列小數用十的冪寫出來：

(a) 37.25　　(b) 26.443　　(c) .769,854

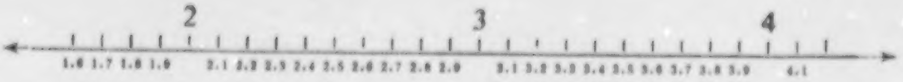
(d) 3,705.004,8　　(e) 7,000,000,7

我們怎樣在數綫上表示小數？例如 .3。.3 是 $\frac{3}{10}$，所以把 0 和 1 中間一段數綫分成十分。

每分就是 $\frac{1}{10}$。$.3=\frac{3}{10}$ 是三分，所以是 C 右面的第三點，我們照這方法，可以表示 .1，.2，等其他 $\frac{1}{10}$ 位小數。



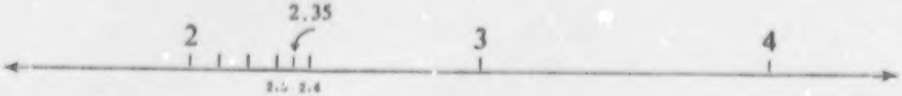
那麼 2.35 又如何表示？首先，2.35 是在 2 和 3 中間。



上圖是 1.6 至 4.1 中間一段的數綫，每段是 $\frac{1}{10}$

$$2.35=2+\frac{3}{10}+\frac{5}{100}$$

所以2 .35 是 2.3+$\frac{5}{100}$。我們把 2.3 和 2.4 中間一段數綫分爲十分，那麼每分就是 $\frac{1}{100}$。$\frac{5}{100}$ 就是五分。



習 題

(6) 劃一條十吋長的直綫，以一吋作一單位。在綫上劃出下列各點：.8，8.2，9.15，4.75。你能否劃出 3.33？能否在綫上分辨 6.554 和 6.555？爲什麼？

比較小數很簡單。例如有人問你 3.264,8 和 3.265,04 那一個數大？比較方法，就是看兩數從那一個位開始不同。3.264,8 和 3.265,04 是在 $\frac{1}{1,000}$ 位開始不同的，一個是 4，一個是 5。那麼 3.265,04 就是較大的數。

習題

(7) 把下面各數從大到小排列:

.111,111,112,　　.111,111,12,　　.111,111,111,2,

.111,111,102。

三、小數加減法

試計算下列各題，並記錄用時多久。

(1) $.18+.22$　　(2) $7.65+.843$

(3) $.82+.18$　　(4) $1.001+32.48+.7625$

(5) $.82-.65$　　(6) $2.805-1.47$

(7) $4.327-3.968$　　(8) $10.004-2.762$

(9) $33-.824$　　(10) $.001-.0001$

現在請看章末的答案，並按評估表的指示去作。

作錯了多少題 / 用時	0—2	3—5	6—10
十五分鐘以下	略過本節	把本節全部習題做完	學習本節
十五分鐘以上	把本節全部習題做完	把本節全部習題做完	學習本節

小數加減法和整數加減法完全一樣，唯一要注意的，是小數點的位置。

例　題

(甲) 6.376＋14.28＝?

方法： 把兩個數用縱式寫出，兩個小數點必須在同一列上。

$$\begin{array}{r} 6.376 \\ +\ 14.28 \\ \hline \end{array}$$

然後從右邊開始，一列一列的加起來。

$$\begin{array}{r} 6.376 \\ +\ 14.28 \\ \hline 20.656 \\ \hline \end{array}$$

答案： 20.656。

(乙) **.75＋.25＝?**

方法：

$$\begin{array}{r} .75 \\ +\ .25 \\ \hline 1.00 \\ \hline \end{array}$$

1.00 即是 1。

答案： 1。

(丙) **1.754－.877＝?**

方法：

$$\begin{array}{r} 1.754 \\ -\ \ .877 \\ \hline .877 \\ \hline \end{array}$$

因爲借位，所以小數點前沒有數。

答案： .877。

習 題

(11) 6.5+4.6　　(12) .8+7.2

(13) 5.83+3.5　　(14) 8.7+21.3

(15) 23.7+7.94　　(16) 11.59+27

(17) .83+.09　　(18) 11.111+1.307

(19) 7.007+13.003

(20) .000,900,090,009+.009,009,009,009+.090,909,090,909

(21) 24.7-21.4　　(22) 35.9-27.7

(23) 9.16-8.15　　(24) 7.42-3.2

(25) 25.19-6　　(26) 52.18-.39

(27) .579-.3　　(28) 654.7-37.06

(29) 95-29.164　　(30) 39.84-9.006

(31) 黃川銘午餐吃了一個熱狗，價錢爲$.65，喝了一杯可樂，價錢爲$.35。此外，要付營業稅$.06。黃川銘午餐共用了多少錢？

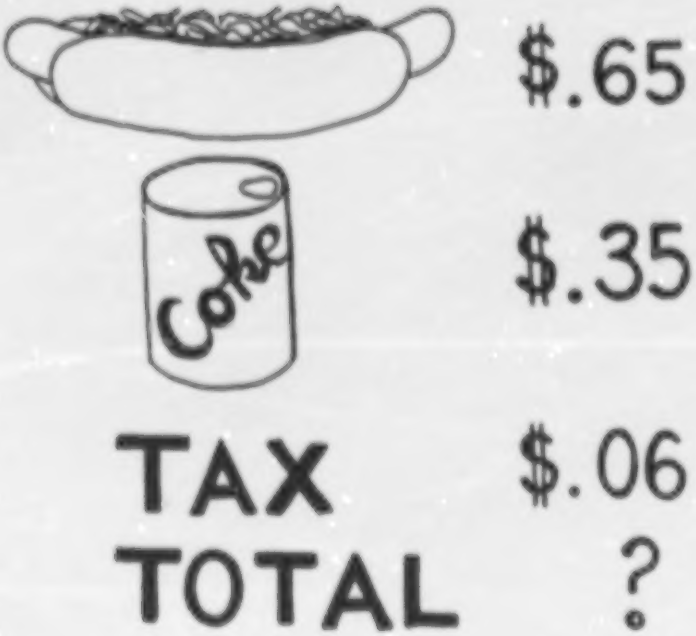


圖 6.1

(32) 汽車的里程表，計算汽車走了多少哩的距離。江明汽車的里程表，旅行前是6,248.7哩，回來後是6,502.4哩。那麼他這次旅行，走了多少哩？

(33) 李靜美上月第一週用了$22.03買食物，第二週用了$25.17，第三週用了$19.92，第四週用了$21.62。那麼四週內，她共用多少錢買食物？

(34) 你買了三張唱片，該付$14.97，你給了收銀員一張$20鈔票，那麼他該找回多少錢給你？

(35) 超級市場半加侖牛奶售價爲$1.05。韓國人開的雜貨店卻賣$.99。那麼若到韓國人的雜貨店買半加侖牛奶，可節省多少錢？

四、小數乘法

試計算下列各題，並記錄用時多久。

(1) $5.25 \times .63$　　(2) 22.4×3.5

(3) $.17 \times 16$　　(4) $.0024 \times .00075$

(5) $(.01)^{10}$

現在請翻閱章末答案，然後按評估表指示來作。

作錯了多少題 用時	0—1	2	3—5
五分鐘以下	略過本節	把本節全部習題作完	學習本節
五分鐘以上	把本節全部習題作完	把本節全部習題作完	學習本節

小數乘法和整數乘法唯一不同處，在於小數點的位置。我們現在試試找出小數點位置的規則。

例　題

（甲）.1×.01=?

方法： $.1\times.01=\frac{1}{10}\times\frac{1}{100}=\frac{1}{1,000}=0.001$

.1 有多少個小數位? .01 有多少個小數位? .001 有多少個小數位?

（乙）.84×.72=?

方法： $.84\times.72=\left(\frac{8}{10}+\frac{4}{100}\right)\times\left(\frac{7}{10}+\frac{2}{100}\right)$

$$=\frac{84}{100}\times\frac{72}{100}$$

$$=\frac{6,048}{10,000}$$

$$=\frac{6000+40+8}{10000}$$

$$=\frac{6}{10}+\frac{4}{1000}+\frac{8}{10000}$$

$$=.6,048$$

.84, .72, .6,048 各有多少個小數位?

（丙）1.1×.35=?

方法： $1.1\times.35=\left(1+\frac{1}{10}\right)\times\left(\frac{3}{10}+\frac{5}{100}\right)$

$$=\frac{11}{10}\times\frac{35}{100}$$

$$=\frac{385}{1,000}$$

$$=.385$$

1.1，.35，.385 各有多少個小數位？

從以上三例，我們可以歸納到這樣一個規則：

> **積的小數位數目，是乘數、被乘數小數位數的和。**

除了這個關於小數位的規則，小數乘法和整數乘法沒有什麼的分別。

例　題

（丁）3.7×5.64=？

方法：

(a)

$$\begin{array}{r} 5.6\,4 \\ \times\quad 3.7 \\ \hline 3\,9\,4\,8 \\ 1\,6\,9\,2 \\ \hline 2\,0\,8\,6\,8 \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{r} 5.6\,4 \\ \times\quad 3.7 \\ \hline 3\,9\,4\,8 \\ 1\,6\,9\,2 \\ \hline 2\,0.8\,6\,8 \\ \hline\hline \end{array}$$

解釋： (a) 先用縱式寫出，然後用乘法找到 564 和 37 的積。

(b) 現在數小數位。乘數有一個小數位，被乘數有兩個小數位，所以積共有三個小數位。小數點因此點在 0 和 8 中間。

答案： 20.868。

（戊）$(.3)^3=$？

方法： $(.3)^3=.3\times.3\times.3$。乘數共有三個小數位，所以積也是三個小數位。$3^3=27$，所以 $(.3)^3=.027$。

答案： .027。

習 題

(6) $4.34 \times .16$ (7) 22.9×4.5

(8) 26.4×9 (9) $.2,345 \times .032$

(10) $250.2 \times .002$ (11) $.000,4 \times .006$

(12) $25 \times .072$ (13) $27.7 \times .259$

(14) $(.33)^3$ (15) $(.1)^{10}$

(16) $.98,765 \times 10$, $.98,765 \times 100$, $.98,765 \times 1000$, $.98,765 \times 10,000$ 是什麼？總括來說，一個數如果被 10^n 乘時，小數點的位置會發生什麼的變化？

(17) $1,234.5 \times .1$, $1,234.5 \times .01$, $1,234.5 \times .001$, $1,234.5 \times .0001$ 是什麼？總括來說，一個數如果被 $\underbrace{.000\cdots\cdots01}_{n\text{位}}$ 乘時，小數點的位置會發生什麼樣的變化？

(18) 鷄肉售價是 \$.79 一磅。那麼三磅鷄肉值多少錢？

(19) 唱片大減價，每張售價 \$2.49。你買了十一張唱片，付賬時給收銀員三十元，可找回多少錢？

(20) 紐約林肯隧道來回一次收費 \$1.50。假若買二十張一本的月票，則要 \$20.00。月票的用法，是來回一次用一張，要在三十天內用完二十張。那麼至少要用多少張才不致賠錢？

五、小數除法

試計算下列各題，並記錄用時多久。

(1) 5.67÷9　　(2) .196÷.14　　(3) 3÷.25

(4) 13÷16　　(5) .15÷.625

現在請翻看章末的答案，然後按照評估表的指示來作。

作錯了多少題 用時	0—1	2	3—5
五分鐘以下	略過本節	把本節全部習題作完	學習本節
五分鐘以上	把本節全部習題作完	把本節全部習題作完	學習本節

學習本節以前，請你先做第四節習題的第十六題。小數除法和整數除法不同處，仍然是小數點的位置。

例　題

(甲) 4.68÷1.2=?

方法： 首先，我們要把除數的小數點挪去。$4.68\div1.2=\frac{4.68}{1.2}$。假若我們

把 $\frac{4.68}{1.2}$ 分子和分母一同乘 10，數值不會改變。

$$4.68\div1.2=\frac{4.68\times10}{1.2\times10}=\frac{46.8}{12}=46.8\div12$$

所以 4.68÷1.2 和 46.8÷12 是一樣的。除數若沒有小數點，就可以和整數一樣的處理。

$$\begin{array}{r} 3.9\\ 12\overline{)46.8}\\ 36\\ \hline 10\;8\\ 10\;8\\ \hline \end{array}$$

商的小數點，在被除數的小數點上面。

答案： 3.9。

注意： 我們把 1.2 的小數點往右移了一個位，同時也把 4.68 的小數點往右移了一個位。

當除數是小數時，要把除數和被除數的小數點往右移同樣的位數，直到除數沒有小數位。

例　題

（乙）2.4÷.25=?

方法： .25 有兩個小數位，所以要把小數點右移兩位。於是 .25 變成 25。同時也要把 2.4 的小數點右移兩個位。2.4 可寫爲 2.40，所以小數點右移兩位後，變爲 240。

2.4÷.25 因此即是 240÷25.

(a)

$$\begin{array}{r} 9 \\ 25\overline{)240} \\ \underline{225} \\ 15 \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{r} 9.6 \\ 25\overline{)240} \\ \underline{225} \\ 150 \\ \underline{150} \end{array}$$

解釋: (a) 240÷25，若是只用整數計算，則商是9，餘15。但因爲我們用的是小數，所以不能停於這階段。

(b) 我們當240是240.0，所以可以拉下一個0放在15右邊，然後把150用25除，得6。不要忘了商的小數點。

答案: 9.6。

習　題

(6) 6.39÷.9　　(7) .169÷.13　　(8) 35.7÷5.1

(9) 14.72÷16　　(10) 1,443.6÷3.6　　(11) 2.856÷.07

(12) 71.4÷.006　　(13) 1÷.08　　(14) .93÷.6

(15) 7÷8

(16) 5.25小時内走了222.6哩，那麼一小時内走了多少哩？

(17) 上次加油時，汽車里程表的讀數是3,625.4哩，今次加油時，讀數是3,925.1哩。若加了16.2加侖汽油，那麼平均一加侖汽油可走多少哩？

(18) 早餐用的葡萄乾麥麩 (raisin bran)，16盎司一盒的，售價$1.19，12盎司一盒的，售價$.99。那麼那一盒經濟？〔提示：計算每盒每盎司值多少。〕

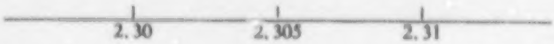
六、四捨五入

譬如鷄肉一磅售價\$.79，今買2.92磅重的嫩鷄一隻，價格是多少？

$$\$.79\times 2.92=\$2.306,8$$

但是我們不能付\$2.3068，因爲那是二元三角零點六八分。我們只能付二元三角或二元三角一分。那麼應付多少？習慣上，是看該付款項較接近二元三角一分還是二元三角。\$2.3068離\$2.31較近，所以該付\$2.31。

這個習慣叫做“**四捨五入**”(**round-off**)。爲什麼叫做四捨五入呢？我們看看數線就明白了。譬如我們要捨入最近的 $\frac{1}{100}$，像上面買鷄的例。



2.30和2.31中間的小數，若是在2.305右邊，較接近2.31，所以捨入2.31。若是在2.305左邊，則較接近2.30，所以捨入2.30。在2.305右邊的小數，千分一位都是5或以上的數，例如2.307、2.305,4、2.308,99等，千分一位是7、5、和8，大於或等於5，所以歸入2.31。在2.305左邊的數，千分一位都比5小，例如2.302、2.304,1、2.304,99等，千分一位是2、4、和4，所以把尾巴捨去，成爲2.30。只有2.305端端正正地在正中，歸入2.30或2.31都可以。爲了方便，因爲2.305的千分一位是5，我們就把它歸入2.31。這就是四捨五入，看捨入那位後面一位，若是4或以下就捨去不要，5或以上就歸入較大一數。

例　題

(甲) 把下列數字捨入小數第三位:

(a) .605,49　　(b) 2.999,6　　(c) 30.864,5

方法: (a) .605,49 在 .605 和 .606 中間, .605,49 小數第四位是 4, 所以捨去得 .605。

(b) 2.9996 在 2.999 和 3.000 中間; 因爲小數第四位是 6, 所以捨入 3.000。我們寫 3.000 而不寫 3, 是因爲 3.000 告訴我們那不是整數 3, 而是較接近 3.000 的一個小數的捨入。

(c) 30.8645, 明顯的捨入 30.865。

(乙) 計算 3÷13, 準確至小數後四個位。

方法: 準確至小數後四個位的意思, 是把四個位以後的小數, 用四捨五入捨入小數第四個位。所以我們計算 3÷13 時, 只須計算到小數後第五個位就可以停止了。

```
        . 2 3 0 7 6……
    ________________
1 3 ) 3 . 0
      2   6
      ________
          4 0
          3 9
        ________
          1 0 0
            9 1
          ______
              9 0
              7 8
            ______
                :
                :
```

3÷13＝.23076……捨入爲 .2308

答案: .2308。

習 題

(1) 把下列各數捨入小數第二個位：

(a) 3.574　(b) .278　(c) 30.110,9

(d) 5.822　(e) .188　(f) 8.996,6

(g) .224,99　(h) 618.297,5　(i) .005

(j) .004

(2) 把下列各數捨入小數第三個位：

(a) .007,5　(b) 3.235,4　(c) 105.181,8

(d) 92.184,7　(e) 7.174,5　(f) 15.999,61

(g) .453,49　(h) 9.177,2　(i) .000,49

(j) 1.000,1

(3) 計算下列除數，準確至小數第三個位：

(a) 22.78÷3.2　(b) 9.46÷46.2　(c) .654÷.9

(d) 10.46÷25.7　(e) .246,8÷.007

(4) 牛肉售價$1.99一磅，今買3.82磅，該付錢多少？

七、小數化分數和分數化小數

試計算下列各題：

(1) 把下列的小數化爲分數：

(a) .625　(b) .108　(c) .001,6　(d) 1.05

(e) 2.67

(2) 把下面的分數化爲小數：

(a) $\frac{3}{8}$　(b) $\frac{4}{25}$　(c) $\frac{113}{160}$　(d) $\frac{19}{4}$

(e) $3\frac{3}{50}$

現在請翻閱章末答案。若錯兩分題以上，就要學習本節。

分數和小數，同是代表有理數，所以當然可以互相變換。我們先研究小數化分數。

例題

(甲) 把 .25 化爲分數

方法： $.25=2\times\frac{1}{10}+5\times\frac{1}{100}=\frac{2}{10}+\frac{5}{100}=\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$。

答案： $\frac{1}{4}$。

注意：$.25=\frac{25}{100}$。通常把小數化分數時，我們數數小數點後有多少個小數位，然後把小數當作分子，分母則是1，後面跟著小數位數目的0。

（乙）把3.0768化爲分數。

方法：3保持不變。.0768有四個小數位，所以分母是10,000，有四個0。分子是768。$3.0768=3\frac{768}{10,000}=3\frac{48}{625}$

答案：$3\frac{48}{625}$。

習　題

把下列各數化爲分數：

(3) .55　(4) .63　(5) .375　(6) .846

(7) 6.075　(8) .834,4　(9) 5.166,4　(10) .002,5

(11) 1.031,25　(12) 46.644

有沒有注意到這些數的分母有什麼共同點？若不曉得，試試找出這些分母的質數分解。你能否解釋這個現象？

怎樣把分數化小數？我們用除法。

例　題

（丙）把 $\frac{3}{8}$ 化爲小數。

方法： (a)

```
      .
8 ) 3 . 0
```

(b)

```
      . 3
8 ) 3 . 0
    2   4
    -----
        6 0
```

(c)

```
      . 3 7 5
8 ) 3 . 0
    2   4
    ---------
        6 0
        5 6
        ---
          4 0
          4 0
          ---
```

解釋： (a) $\frac{3}{8}$ 的意思，是 $3 \div 8$，所以我們把 3 用 8 來除，因為 3 不能除 8，所以點上小數點，把 30 用 8 來除。

(b) 30 除 8 得 3 餘 6。把 0 寫在右旁，再用 8 來除。

(c) 照普通除法一直除到沒有餘數為止。

答案： .375。

習　題

把下列餘數化為小數：

(13) $\frac{1}{2}$

(14) $\frac{1}{4}$

(15) $\frac{4}{5}$

(16) $\frac{1}{8}$

(17) $\frac{7}{10}$

(18) $\frac{13}{25}$

(19) $\frac{17}{16}$

(20) $\frac{37}{40}$

(21) $2\frac{15}{32}$

(22) $\frac{1}{1,024}$

(23) $\frac{16}{125}$

(24) $16\frac{37}{160}$

(25) $\frac{4,095}{4,096}$

八、循環小數

試計算下列各題：

(1) 把下列各數化爲小數

(a) $\frac{4}{9}$　(b) $\frac{3}{7}$　(c) $\frac{7}{22}$　(d) $\frac{11}{26}$　(e) $\frac{120}{37}$

(2) 把下列各數化爲分數：

(a) .7　(b) .27　(c) .714285　(d) 6,584

(e) .12345678

現在請翻看章末的答案，然後按照評估表的指示來作。

作錯了多少題		
0—2	3—5	6—10
略過本節	把本節全部習題作完	學習本節

你有沒有注意到上節習題13—25的分母全是2和5的倍數？我們現在試試把其他的分數化小數，看看有什麼的結果。

我們先化 $\frac{1}{3}$ 爲小數吧。把1用3除，可得甚麼？

```
       0 . 3 3 3
   3 ) 1 . 0
           9
       ---------
           1 0
             9
           -----
             1 0
               9
             ---
               1
```

我們從以上的除數就可看出，無論除多久，每次都是10÷3，得3餘1，所以一直除下去，永遠也除不完。所以

$$\frac{1}{3}=.333333\cdots\cdots$$

小數後面的……表示不盡的意思，一直都是33333的下去。我們既不能無盡頭的一直寫3，那麼怎樣表示這小數呢？我們用的符號是

$$\frac{1}{3}=.\overline{3}$$

小數3上面的橫綫，表示3是循環不息的重複出現。$.\overline{3}$因此稱爲**循環小數** **(recurring decimal)**。

例　題

(甲) 把 $\frac{5}{6}$ 化爲小數

方法:

```
        . 8 3 3……
   6 ) 5 . 0
       4   8
       ---------
           2 0
           1 8
         -------
             2 0
             1 8
           -----
               2
```

我們再繼續除下去，永遠都是得3餘2的。所以

$$\frac{5}{6}=.8333\cdots\cdots=.8\overline{3}$$

8字上面沒有橫線，表示不重複，循環的只是3。

（乙）把 $\frac{3}{11}$ 化爲小數。

方法：

```
          . 2 7
   1 1) 3 . 0
        2   2
        -------
            8 0
            7 7
            ---
              3
```

我們在餘數得3後，就可以停止，因爲3已經在前面3.0÷11時出現過，那麼假若繼續除下去，就只重複27而已。

答案： $.\overline{27}$。(27上面劃橫線，表示是272727……的重複)。

習　題

把下列各數化爲小數：

(3) $\frac{2}{3}$　　(4) $\frac{1}{6}$　　(5) $\frac{8}{11}$

(6) $\frac{1}{7}$，$\frac{2}{7}$，$\frac{3}{7}$，$\frac{4}{7}$，$\frac{5}{7}$，$\frac{6}{7}$（有沒有注意到模式？）

(7) $\frac{11}{13}$　　(8) $\frac{384}{19}$　　(9) $\frac{37}{26}$　　(10) $\frac{29}{340}$

(11) $\frac{17}{66}$　　(12) $\frac{603}{115}$

研究

作完了習題六，就會發現分母是7的分數，化爲小數後，有兩個現象。

(a) 小數是六個數的循環。如 $\frac{1}{7}=.\overline{142,857}$

(b) 不論是七分幾，循環的總是142857這六個數，只不過開始點不同吧了。

這兩個現象，帶出兩個問題:

(a) 一個循環小數，循環數字的數目，和分母有沒有關係？

(b) 那些分母化爲小數時，不論分子是什麼，循環的數字都是一樣的？

你可以試試分母是13，17，19等的分數，看看能否得到什麼結論。

現在我們來看看怎樣把循環小數化爲分數。我們不能用上節的方法，因爲小數無窮，例如:

$$.\overline{3}=.3333\cdots\cdots=\frac{3}{10}+\frac{3}{100}+\frac{3}{1,000}+\frac{3}{10,000}+\cdots\cdots$$

這是無窮盡的加下去，這樣的加數，稱爲**無窮級數** (infinite series)。無窮級數屬於數學分析，要用微積分的方法處理，所以超出初中的課程。那麼怎樣化循環小數爲分數呢？我們得用一點小技巧。

$$.\overline{3}=.333,3\cdots\cdots$$

$$10\times.\overline{3}=3.333,3\cdots\cdots$$

因爲小數乘10時，小數點向右移。

那麼 $10\times.\overline{3}-.\overline{3}=3.333,3\cdots\cdots-.333,3\cdots\cdots=3$

$10\times.\overline{3}-.\overline{3}$是10個 $.\overline{3}$減一個 $.\overline{3}$，結果是9個$.\overline{3}$。所以 $9\times.\overline{3}=3$

那麼 $.\overline{3}=3\div 9=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$。

例 題

（丙）把 $.\overline{243}$ 化爲分數。

方法:

$$.\overline{243}=.243,243,243,243\cdots\cdots$$

$$1,000\times.\overline{243}=243.243,243,243,\cdots\cdots$$

所以 $1,000\times.\overline{243}-.\overline{243}=243$

$$999\times.\overline{243}=243$$

$$.\overline{243}=\frac{243}{999}$$

$$=\frac{9}{37}$$

答案: $\frac{9}{37}$。

> 假若循環小數全部數字循環，在化分數時，先數數有多少數字循環。分子是循環的數字，分母是和循環數字數目相同的9。

例　題

（丁）把 $.\overline{36}$ 化爲分數。

方法： $.\overline{36}$ 有兩個數字循環，所以分母是99。$.\overline{36}=\frac{36}{99}=\frac{4}{11}$。

答案： $\frac{4}{11}$。

習　題

把下面數字化爲分數：

(13) $.\overline{5}$　　(14) $.\overline{336}$　　(15) $.\overline{571428}$

(16) $6.\overline{504}$　　(17) $.\overline{6470588235294117}$

若是循環小數有不循環的數字，用的原則仍然是一樣的。

例　題

（戊）化 $.2\overline{6}$ 爲分數。

方法： $.2\overline{6}=.26666\cdots\cdots$

$$10\times .2\overline{6}=2.6666\cdots\cdots$$
$$=2.\overline{6}$$

我們曉得，$.\overline{6}=\frac{6}{9}$，所以 $10\times .2\overline{6}=2\frac{6}{9}=\frac{24}{9}$

$$.2\overline{6}=\frac{24}{9}\div 10=\frac{24}{90}=\frac{4}{15}$$

答案： $\frac{4}{15}$。

（己）化 $.72\overline{144}$ 爲小數。

方法： $.72\overline{144} = .72144144144\cdots\cdots$

$$\begin{aligned}
100\times .72\overline{144} &= 72.144144144\cdots\cdots\\
&= 72.\overline{144}\\
&= 72\frac{144}{999}\\
&= \frac{72\times 999+144}{999}\\
&= \frac{72\times(1000-1)+144}{999}\\
&= \frac{72000+144-72}{999}
\end{aligned}$$

所以 $$\begin{aligned}
.72\overline{144} &= \frac{72144-72}{999}\div 100\\
&= \frac{72144-72}{99900}\\
&= \frac{72072}{99900}\\
&= \frac{2002}{2775}
\end{aligned}$$

答案： $\frac{2002}{2775}$。

我們從以上兩例，可以得到這一個規則：先數數有多少數字循環，多少數字不循環。分母是一串 9 跟著一串 0。9 的數目，和循環數字數目一樣。0 的數目，和不循環數字數目一樣。分子是小數不循環和循環的數字，減去不循環的數字。

這個規則，說出來囉囉嗦嗦的，但是多練習幾次就記得了。

例　題

（庚）化 $.100\overline{101001}$ 爲分數。

方法: 循環的是 101001，共有六個數，所以分母有六個9。不循環的是 100，共有三個數，所以分母有三個0。分母是999999000。分子是 100101001 減去不循環的 100。

$$.100\overline{101001}=\frac{100101001-100}{999999000}$$

$$=\frac{100100901}{999999000}$$

約簡 $\frac{100100901}{999999000}$ 時，可用輾轉相除法找得 GCF。

1	100100901	999999000	9
	99090881	900908109	
9	1010010	99090881	98
	989199	98980980	
3	20811	109911	5
	17568	104055	
1	3243	5856	1
	2613	3243	
6	630	2613	4
	558	2520	
3	72	93	1
	63	72	
3	9	21	2
	9	18	
		3	

所以只可用 3 來約，得 $\frac{33366967}{333333000}$

答案: $\frac{33366967}{333333000}$。

習　題

把(18)至(23)各小數化爲分數

(18) $.8\overline{6}$　(19) $.58\overline{3}$　(20) $.041\overline{63}$　(21) $5.26\overline{25}$

(22) $.100\overline{076923}$　(23) $.1\overline{2277}$

(24) 不循環小數，也可寫成循環小數。一個方法是加 0：

$.25 = .25000\cdots\cdots = .25\overline{0}$

還有另外一個方法：請你把下面小數化分數後，自己找出來。

$.24\overline{9}$，　$.103\overline{9}$，　$.624\overline{9}$，　$6.\overline{9}$

九、循環小數運算

試計算下列各題:

(1) $.\overline{13}+.\overline{245}$　(2) $.2\overline{58}+3.80\overline{714}$　(3) $.\overline{684}-.\overline{32}$

(4) $1.\overline{27}-.\overline{8}$　(5) $.6\overline{25}-.\overline{147}$　(6) $4\times.\overline{13}$

(7) $13\times.2\overline{5}$　(8) $.\overline{14}\times.\overline{8}$　(9) $.3\div11$

(10) $.3\overline{12}\div15$

現在請翻閱章末答案，然後按照評估表的指示來作。

作錯了多少題		
0—2	3—5	6--10
略過本節	把本節全部習題作完	學習本節

循環小數的運算，和一般數字的運算不同，我們舉例來說明。

例 題

(甲) $.\overline{3}+.\overline{29}=?$

方法： (a)
$$\begin{array}{r} .3333\cdots \\ +\ .2929\cdots \\ \hline .5 \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{r} .3333\cdots \\ +\ .2929\cdots \\ \hline .52 \\ 1 \end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{r} .3333\cdots \\ +\ .2929\cdots \\ \hline 5252\cdots \\ 1\ \ 1\ \ \cdots \\ \hline .6262\cdots \end{array}$$

解釋： (a) 把加數被加數用縱式寫出，然後從左邊開始加。先加3和2得5。

(b) 然後加左邊第二列的3和9。

3+9=12，把2寫在9下面，1寫在5下面。

(c) 繼續加下去，直到發現一個明確的循環模式。然後把5和1相加得6，把2拉下來，等等。

答案： $.\overline{62}$。

(乙) $.4\overline{02}-.\overline{099}=?$

方法： (a)
$$\begin{array}{l} .402020202\cdots \\ -\ .099099099\cdots \\ \hline 4 \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{l} .402020202\cdots \\ -\ .099099099\cdots \\ \hline \cancel{4}1 \\ 3 \end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{l} .402020202\cdots \\ -\ .099099099\cdots \\ \hline \cancel{4}\cancel{1}3 \\ 30 \end{array}$$

(d)
$$\begin{array}{l} .402020202\cdots \\ -\ .099099099\cdots \\ \hline \cancel{4}\cancel{1}\cancel{3}\cancel{0}3 \\ 3029 \end{array}$$

(e)
$$\begin{array}{l} .40202020202\cdots \\ -\ .09909909909\cdots \\ \hline \cancel{4}\cancel{1}\cancel{3}\cancel{0}\cancel{3}1\cancel{2}\cancel{1}\cancel{3}\cancel{0}3 \\ 30292\ 1029 \end{array}$$

解釋： (a) 把減數和被減數以縱式寫出，從左邊開始減。先減第一列，4－0＝4。

(b) 再減第二列。$0-9$ 不够減，向下面的4借1。4借1後剩3，0變成10，$10-9=1$。

(c) 減第三列。$2-9$ 不够減，向下面的1借1，借1後剩0；$12-9=3$。

(d) 減第四列。$0-0=0$。第五列是 $2-9$，不够減，要借位。但是第四列下面的0不能借，於是要從30借1，剩29。$2-9$ 變成 $12-9=3$。

(e) 繼續減下去，直到發現一個明確的循環模式。

答案：$.3\overline{029211}$。

習　題

計算下列各題：

(11) $.\overline{86}+.\overline{68}$

(12) $.\overline{25}+.\overline{436}$

(13) $.\overline{4}+.\overline{90}$

(14) $.8\overline{142857}+.\overline{571428}$

(15) $.08\overline{35}+.6\overline{247}$

(16) $.\overline{445}-.\overline{223}$

(17) $.\overline{67}-.\overline{345}$

(18) $1.\overline{076923}-.\overline{1364}$

(19) $.13\overline{2}-.0\overline{64}$

(20) $1.0\overline{524}-.6\overline{139}$

循環小數乘法非常複雜，若是兩個循環小數相乘，結果是無窮級數。所以我們只說明循環小數乘整數的方法。

例 題

(丙) $.\overline{39}\times 4=?$

方法: (a)

$$\begin{array}{rcccccccc}
 & . & 3 & 9 & 3 & 9 & 3 & 9 & \cdots \\
\times & & 4 & & & & & & \\
\hline
1 & & 2 & & & & & &
\end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{rcccccccc}
 & . & 3 & 9 & 3 & 9 & 3 & 9 & \cdots \\
\times & & 4 & & & & & & \\
\hline
1 & & 2 & 6 & & & & & \\
 & & 3 & & & & & &
\end{array}$$

(c)

$$\begin{array}{rcccccccc}
 & . & 3 & 9 & 3 & 9 & 3 & 9 & \cdots \\
\times & & 4 & & & & & & \\
\hline
1 & & 2 & 6 & 2 & 6 & 2 & 6 & \\
 & & 3 & 1 & 3 & 1 & 3 & 1 & \\
\hline
1 & . & 5 & 7 & 5 & 7 & 5 & 7 & \cdots
\end{array}$$

解釋: (a) 用縱式寫出乘數和被乘數。先乘左邊第一位，3×4=12。

(b) 再乘左邊第二位，9×4=36，把 6 寫在 9 下，3 寫在 2 下。

(c) 繼續乘下去，直至得到明確的循環模式，然後把兩行積加起來。

答案: $1.\overline{57}$。

循環小數除法和普通除法，卻沒有什麼分別。

例　題

(丁) $.\overline{35}\div 3=?$

方法:

```
        . 1 1 7 8 4 5 ......
   ─────────────────────────
  3 ) . 3 5 3 5 3 5 3 5
        3
      ─────────────────────
          5
          3
        ───────────────────
          2 3
          2 1
         ──────────────────
            2 5
            2 4
          ─────────────────
              1 3
              1 2
            ───────────────
                1 5
                1 5
              ─────────────
                    3  ←重複
```

答案: $.\overline{117845}$。

習　題

計算下列各題:

(21) $5\times.\overline{2}$　　(22) $6\times 2.\overline{7}$　　(23) $8\times 2.\overline{35}$

(24) $9\times.\overline{7}$　　(25) $12\times.1\overline{64}$　　(26) $.\overline{16}\div 4$

(27) $.\overline{135}\div 6$　　(28) $.3\overline{7}\div 11$　　(29) $.\overline{171}\div$

(30) $.\overline{8}\div.\overline{12}$

十、分數和小數的比較

分數和小數同是代表有理數。那一個方法比較好？當然，若是要用計算機時，就必定要用小數了。但是其他情形又怎樣？下面的習題，就是讓你自己來找出結論，在什麼時候用分數比較方便，什麼時候用小數比較方便。

習　題

(1) $\frac{3}{25}+\frac{7}{8}$; $.12+.875$

(2) $\frac{2}{3}+\frac{5}{14}$; $.\overline{6}+.3\overline{571428}$

(3) $\frac{15}{22}-\frac{4}{9}$; $.\overline{681}-.\overline{4}$

(4) $3\frac{3}{16}-2\frac{2}{3}$; $3.1875-2.\overline{6}$

(5) $\frac{5}{9}\times\frac{3}{4}$; $.\overline{5}\times.75$

(6) $\frac{8}{25}\times\frac{5}{16}$; $.32\times.3125$

(7) $1\frac{1}{3}\times2\frac{3}{8}$; $1.\overline{3}\times2.375$

(8) $\frac{4}{15}\div\frac{16}{25}$; $.2\overline{6}\div.64$

(9) $11\frac{7}{8}\div 33\frac{3}{4}$; $11.875\div 33.75$

(10) $\frac{7}{9}\div\frac{2}{7}$; $.\overline{7}\div .\overline{285714}$

請用表列出你的結論:

運　　算	分　　數	小　　數
+		
−		
×		
÷		

若是分數運算較容易，就在分數那欄寫 1，不然就寫 0。小數也同樣處理。

排列有理數時，小數遠比分數方便。

例　題

(甲) 把下面的數字，自小到大的排列。

$\frac{1}{7}$，$\frac{476}{3333}$，$\frac{143}{1000}$。

方法: 若不用小數，便要把三個分數通分母，找 7,3333，和 1000 的 LCM，

而 LCM 是一個龐大的數。用小數卻簡單極了。

$\frac{1}{7}=.\overline{142857}$

$\frac{143}{1000}=.143$

這兩個小數易找。現在把 $\frac{476}{3333}$ 化爲小數。

```
                  .1 4 2 8 1……
         ______________________
3 3 3 3) 4 7 6 .0
         3 3 3  3
         ______________________
         1 4 3  7 0
         1 3 3  3 2
         ______________________
             9  3 8 0
             6  6 6 6
             __________________
             2  7 1 4 0
             2  6 6 6 4
             __________________
                  4 7 6 0
                  3 3 3 3
                  _____________
                        ⋮
```

我們可停在這裏，因爲 .14281……比 $.\overline{142857}$ 小。所以排列成 .14281……, $.\overline{142857}$, .143, 即 $\frac{476}{3333}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{143}{1000}$。

習 題

把下列數字自大到小排列:

(11) $\frac{41}{333}$，$\frac{123}{1000}$，$\frac{61}{495}$

(12) $\frac{5}{16}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{3}{10}$，$\frac{29}{90}$

(13) $\frac{65}{256}$，$\frac{129}{1024}$，$\frac{33}{128}$，$\frac{4097}{16384}$

十一、複習題目

(1) 試用小數寫出下列各數:

(a) $\frac{8}{10}$　(b) $\frac{27}{100}$　(c) $1\frac{3}{5}$　(d) $99\frac{99}{100}$

(e) $\frac{16}{25}$　(f) $\frac{187}{32}$　(g) $\frac{11}{12}$　(h) $8\frac{13}{21}$

(i) $\frac{9}{13}$　(j) $\frac{23}{121}$

(2) 試把下列小數化爲分數:

(a) .7　(b) .64　(c) 2.875　(d) 3.1416

(e) .10125　(f) $.\overline{8}$　(g) $.\overline{15}$　(h) $.\overline{12345}$

(i) $.9\overline{876}$　(j) $.\overline{304668}$

(3) 把下面各數自小至大排列:

.22222222222221222,　2222222222221222,

.2222222222223222,　222222222222221222,

.22222222222223222,　222222222222223222,

(4) 計算下列各題:

(a) 21.4+9.5　(b) 87.335+22.222+23.632

(c) 229.29+29.92　(d) 21.35+7.05

(e) 7.93+6.55　(f) .9-.6

(g) .55-.24　(h) 79.03-5.02

(i) 56.417-33.528　(j) 540.976-62.908

(k) $.45\times 3$　　(l) $.58\times .96$

(m) $452.4\times .19$　　(n) $.56\times .04$

(o) $.007\times .004$　　(p) $9.5\div 5$

(q) $7.48\div 8$　　(r) $.028\div 7$

(s) $37.6\div 3$　　(t) $138.84\div 3.9$

(u) $5\div .025$　　(v) $25.27\div .722$

(5) 計算下列各題，把答案捨入小數第三個位:

(a) $1.234,3+1.012,3+1.432,3$

(b) $2.719,9+3.019,5$　　(c) $4.530,6-2.241,7$

(d) $4.398,65-.518,97$　　(e) $.69\times .23$

(f) $.315\times 2.448$　　(g) $1.73\div .32$

(h) $.62\div .194$

(6) 計算下列各題:

(a) $.\overline{27}+1.\overline{504}$　　(b) $1.\overline{001}-.9\overline{64}$

(c) $.\overline{375}\times 12$　　(d) $2.56\overline{48}\div 7$

(7) 媽媽給月明一張十元鈔票，叫她到超級市場買麵包，牛奶，火腿和鷄蛋。她買了一磅麵包，價錢是＄.69; 半加侖牛奶，價錢是＄1.05; 一罐火腿，價錢＄3.49; 一打鷄蛋，價錢是＄.95。那麼收銀員應找回多少錢給她?

(8) 顧先生一家四口，平均每人每天吃米 1.43 磅，米價是每磅＄.31。那麼他們每年要花多少錢買米?〔一年三百六十五日〕

(9) 汽油價錢是每加侖＄1.599。假若你用了＄10.00買汽油，那麼你加了多少加侖汽油?〔把答案四捨五入至小數第二位。〕

(10) 李老闆是一個奸商。他買了二百瓶白醋，每瓶 3.5 品脫，然後把醋倒

在一個大桶內，加了100品脫水，再把醋盛在3.2品脫大的瓶內。他買進白醋時，每瓶價錢是$.79。他出售加了水的白醋，也是每瓶$.79。那麼他賺了多少不義之財？

圖 6.2

生字表

decimal	小數
decimal point	小數點
infinite series	無窮級數
recurring decimal	循環小數
round off	四捨五入

答　案

二、小數

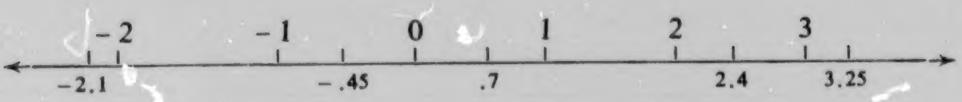
(1) (a) .269,1　　(b) 68.657　　(c) 100,000.000,01

(2) (a) $6\times\frac{1}{10}+2\times\frac{1}{10^2}+5\times\frac{1}{10^3}$

(b) $3\times 10+2\times\frac{1}{10}+4\times\frac{1}{10^2}$

(c) $7\times 10^2+8\times\frac{1}{10}+2\times\frac{1}{10^5}$

(3)



(4) (a) 135,792.468　　(c) 7,005,090.207

(d) 500,000.000,006　　(f) .28

(5) (a) $3\times 10+7\times 1+2\times\frac{1}{10}+5\times\frac{1}{10^2}$

(c) $7\times\frac{1}{10}+6\times\frac{1}{10^2}+9\times\frac{1}{10^3}+8\times\frac{1}{10^4}+5\times\frac{1}{10^5}+4\times\frac{1}{10^6}$

(e) $7\times 10^3+7\times\frac{1}{10^4}$

(7) .111,111,12,　.111,111,112,　.111,111,111,2,　.111,111,102

三、小數加減法

(1) .4　(2) 8.493　(3) 1　(4) 34.243,5
(5) .17　(6) 1.335　(7) .359　(8) 7.238,4
(9) 32.176　(10) .000,9　(11) 11.1　(13) 9.33
(15) 31.64　(17) .92　(19) 20.01　(21) 3.3
(23) 1.01　(25) 19.19　(27) .279　(29) 65.836
(31) $1.06　(33) $88.74　(35) $.06

四、小數乘法

(1) 3.307,5　(2) 78.4　(3) 2.72　(4) .000,001,8
(5) .000,000,000,000,000,000,01　(6) .694,4
(8) 237.6　(10) .500,4　(12) 1.8　(14) .035,937
(16) 9.876,5, 98.765, 987.65, 9,876.5

五、小數除法

(1) 6.3　(2) 1.4　(3) 12　(4) .812,5
(5) .24　(6) 7.1　(8) 7　(10) .401
(12) 11,900　(14) 1.55　(16) 42.4

六、四捨五入

(1) (a) 3.57　(c) 30.11　(e) .19　(g) .22　(i) .01
(2) (a) .008　(c) 105.182　(e) 7.175　(g) .453　(i) .000
(3) (a) 7.119　(c) .727　(e) 35.257
(4) $7.60

七、小數化分數和分數化小數

(1) (a) $\frac{5}{8}$　(b) $\frac{27}{250}$　(c) $\frac{1}{625}$　(d) $1\frac{1}{20}$　(e) $2\frac{67}{100}$

(2) (a) .375　(b) .16　(c) .706,25　(d) 4.75　(e) 3.06

(3) $\frac{11}{20}$　(5) $\frac{3}{8}$　(7) $6\frac{3}{400}$　(9) $5\frac{104}{625}$

(11) $1\frac{1}{16}$　(13) .5　(15) .8　(17) .7

(19) 1.031,25　(21) 2.468,75　(23) .128

(25) .000,244,140,625

八、循環小數

(1) (a) $.\overline{4}$　(b) $.\overline{428571}$　(c) $.\overline{318}$　(d) $.\overline{4230769}$

(e) $3.\overline{243}$

(2) (a) $\frac{7}{9}$　(b) $\frac{3}{11}$　(c) $\frac{5}{7}$　(d) $6\frac{263}{450}$

(e) $\frac{1,371,742}{11,111,111}$

(3) $.\overline{6}$　(5) $.\overline{72}$　(7) $.\overline{8431}53$

(9) $1.4\overline{230769}$　(11) $.2\overline{57}$

(13) $\frac{5}{9}$　(15) $\frac{4}{7}$　(17) $\frac{11}{17}$

(19) $\frac{7}{12}$　(21) $5\frac{2,599}{9,900}$　(23) $\frac{62}{505}$

九、循環小數運算

(1) $.\overline{376558}$　(2) $4.06\overline{573300}$

(3) $.\overline{361452}$　　(4) $.\overline{39}$

(5) $.47\overline{81053}$　　(6) $.5\overline{2}$

(7) $3.3\overline{2}$　　(8) $.11\overline{31}$　　(9) $.\overline{03}$

(10) $.2\overline{08}$　　(11) $1.\overline{5}$　　(13) $1.\overline{35}$

(15) .70826007　　(17) $.\overline{331422}$　　(19) $.06\overline{75}$

(21) $1.\overline{1}$　　(23) $18.\overline{82}$　　(25) $1.9\overline{75}$

(27) .225589　　(29) $.\overline{190}$

十、分數和小數的比較

(1) $\frac{199}{200}$; .995　　(3) $\frac{47}{198}$; $.2\overline{37}$

(5) $\frac{5}{12}$; $.41\overline{6}$　　(7) $\frac{19}{6}$; $3.1\overline{6}$

(9) $\frac{19}{54}$; $.3\overline{518}$　　(11) $\frac{61}{495}$, $\frac{41}{333}$, $\frac{123}{1,000}$

(13) $\frac{33}{128}$, $\frac{65}{250}$, $\frac{129}{1,024}$, $\frac{4,097}{16,384}$

十一、複習題目

(1) (a) .8　(b) .27　(c) 1.6　(d) 99.999　(e) .64

(f) 5.843,75　(g) $.91\overline{6}$　(h) $8.\overline{619047}$

(i) $.\overline{692307}$　(j) $.\overline{1900826446280991735537}$

(2) (a) $\frac{7}{10}$　(b) $\frac{16}{25}$　(c) $2\frac{7}{8}$

(d) $3\frac{177}{1250}$　(e) $\frac{81}{800}$　(f) $\frac{8}{9}$

(g) $\frac{5}{33}$　　(h) $\frac{4,115}{33,333}$　　(i) $\frac{3,289}{3,330}$

(j) $\frac{372}{1,221}$

(3) .222222222221222,　.222222222221222,

.2222222222221222,　.2222222222223222,

.222222222223222,　.22222222223222。

(4) (a) 30.9　(b) 133.189　(c) 258.58

(d) 28.4　(e) 14.48　(f) .3

(g) .31　(h) 74.01　(i) 22.889

(j) 478.068　(k) 1.35　(l) .5668

(m) 85.956　(n) .022,4　(o) .000,028

(p) 1.9　(q) .935　(r) .004

(s) $12.5\dot{3}$　(t) 35.6　(u) 200

(v) 35

(5) (a) 3.679　(b) 5.740　(c) 2.289

(d) 3.880　(e) .159　(f) .771

(g) 5.406　(h) 3.196

(6) (a) $.4\overline{231777}$　(b) $.0\overline{36354}5$

(c) $4.\overline{504}$　(d) $.366\overline{40692}$

(7) $3.82　(8) $125.30　(9) 6.25 加侖

(10) $39.50

第七章　比與比例

一、引　言

我們既然學習了有理數。現在就來把分數和小數應用。我們在本章應用分數，下章應用小數。

比和比例的概念已經存在很久了。三角學就是研究直角三角形邊長的比，已經有二千多年的歷史了。厄拉多塞(見第三章)估計地球圓周時，也是用三角學的原理，利用比和比例，我們可以測量山峰的高度或是河流的闊度——似乎是不可能的事情。

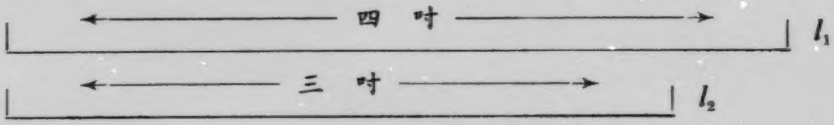
希臘著名學者托勒密(Ptolemy, 2nd Century)，就是利用比例來計算大金字塔的高度。我們想想看，爬到大金字塔頂尖已够困難了，爬了上去後，又怎樣測高度呢？是不是要鑿一個洞來量量到底高過地面多少呢？托勒密却沒有那麼笨。他只量大金字塔的影兒有多長，然後在旁插一枝樹枝，再量樹枝的影長，然後用比例計算出大金字塔的高度。

二、比

人一生下來就喜歡比較。作孩子時，比較誰的彈子多。長大了，比較誰的房子大，誰的鑽石戒子貴。那麼怎樣比較這些許許多多不同的事物？我們看看下面幾個情形：

(甲) 一九七八年紐約市人口是7,422,831人，落杉機人口是2,743,994人。

(乙)



l_1 長四吋、l_2 長三吋。

(丙) 何丹尼今年十二歲，劉愛美今年四呎十吋高。

我們怎樣比較？顯然的，我們不能比較(丙)項的歲數和高度，因爲是不同的數量。比較(甲)和(乙)兩項中的情形，我們可以說，紐約市人口比落杉機多4,678,837人，l_1 比 l_2 長一吋。這是利用兩個數的差別來作比較。

但是利用兩個數的差別來作比較，有時不太合適。例如甲國和乙國打仗，甲國比乙國多一萬兵，這項資料能否告訴我們甲國和乙國的軍事形勢？也許你想：“一萬人真是多得很呀！乙國一定是寡不敵衆，要吃敗仗了。”

當然，假若乙國只有五千兵的話，那麼甲國就有一萬五千兵了。三個甲國的兵來打一個乙國的兵，那麼乙國就招架得相當吃力了。但是假若乙國有一千萬兵，那麼甲國就有一千零一萬兵。那麼多出來的一萬兵就起不了什麼大作用了。因爲一個乙國的兵，只對1.001個甲國的兵，可以應付自如。所

以兩國旗鼓相當。

上面的例子告訴我們，有時候用分數比較數量，較用差別來比較數量爲合理。

活　動

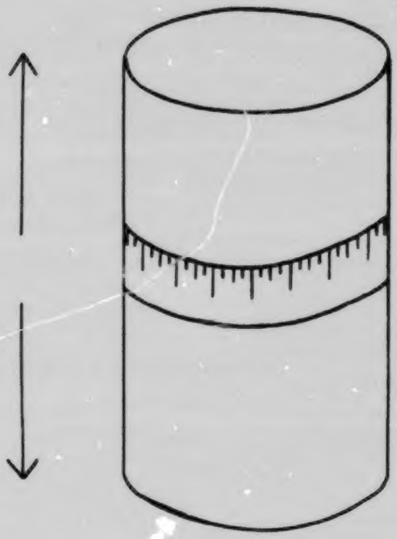


圖 7

(i) 盡量收集圓形的罐和盒，然後量度它們的圓周和高度。(可用一條綫或是軟尺來量圓周)把結果用下表的方式來記錄：

物件	高度	圓周	高度/圓周
甲			
乙			
丙			
⋮			

從 $\frac{\text{高度}}{\text{圓周}}$ 這分數，你能否找到關於物件形狀的結論？

(2) 統計班上每個同學將來喜歡作什麼，然後用表列出來：

職業	有多少同學選擇		
	男生	女生	總數
教師			
科學家			
工程師			
⋮			

在每個職業找出 $\frac{\text{選擇的男生數目}}{\text{選擇的女生數目}}$ 這分數。

(3) 試找出班裏每一個人的跌倒指數。跌倒指數量度每人站得穩不穩。把各人的身高和脚長用表列出來：

姓　　名	身高(吋)	脚長(吋)	高度/脚長

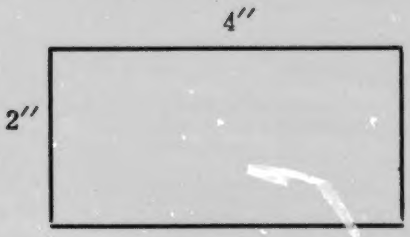
指數就是 $\frac{\text{高度}}{\text{脚長}}$ 這分數。指數大或小，那一樣表示站得較穩？

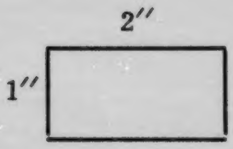
上面活動，每項都有一個分數來比較一些數量。譬如有三個女生和四個男生希望將來作醫生，那麼女生的數目是男生的 $\frac{3}{4}$。通常我們不大有興趣研究到底有多少個女生和多少個男生希望將來作醫生，而是有興趣研究女生數目和男生數目的相比。

我們稱這些比較的分數爲**比**(**ratio**)。爲了强調是比，我們不用分數的形式來表示。例如上面女生和男生希望作醫生的分數，可以寫成3:4，讀作3比4。這表示若有三個女生願意作醫生，就有四個男生願意作醫生。

我們再舉另外一個例。譬如有六個男生和兩個女生希望將來作工程師。那麼男女生的比是6:2。6:2 和 $\frac{6}{2}$, $6\div2$ 意思都是一樣的。$\frac{6}{2}=\frac{3}{1}$。所以我們可以把6:2 約爲3:1。

現在請你畫兩個長方形，一個長四吋，闊兩吋，另一個長兩吋，闊一吋。





第一個長方形長與闊的比是 4:2，即是 2:1。第二個長方形長與闊的比也是 2:1。兩個長方形雖然大小不同，但是形狀却是一樣。現在再畫一個五吋長，兩吋闊的長方形。長與闊的比是 5:2，和 4:2 或 2:1 不同。注意這個長方形的形狀，比較長一點。

$a{:}b$ 這個比，前面的 a 稱爲**前項** (**antecedent**)，後面的 b 稱爲**後項** (**consequent**)，$\frac{a}{b}$ 這分數稱爲比值。

和分數一樣，比可以約爲最簡比。最簡比的意思是前項後項均爲整數，同時沒有大過 1 的公因數。譬如 12:16。比值是 $\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$。所以 12:16 可以約爲 3:4。有時前後項中有分數，結果比值是繁分數，那麼可用繁分數化簡的方法來約爲最簡比。

例 題

（丁）把 $\frac{3}{4}:\frac{1}{3}$ 約爲最簡比。

方法：我們先求比值。$\frac{3}{4}:\frac{1}{3}$ 的比值是

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{3}}=\frac{3}{4}\div\frac{1}{3}=\frac{3}{4}\times\frac{3}{1}=\frac{9}{4}$$

所以 $\frac{3}{4}:\frac{1}{3}=9:4$

答案：9:4

習 題

(4) 畫出 A 至 J 十個長方形，然後找每個長方形長和闊的比。比必須爲最簡比。

長方形	長度(吋)	闊度(吋)	長:闊
A	6	3	
B	6	2	
C	5	2	
D	3	1	
E	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	
F	2	1	
G	$4\frac{1}{2}$	3	
H	3	$1\frac{1}{2}$	
I	6	$\frac{1}{2}$	
J	12	$\frac{1}{2}$	

那幾個長方形形狀相同？假若比值是 1，那麼這個長方形是怎樣的？假若比值越來越大，長方形的形狀如何改變？

(5) 用下面長和闊的比，畫出兩個不同大小的長方形：

(a) 4:1　　(b) 4:3　　(c) 7:5　　(d) 3:7

(6) 把下列各比約爲最簡：

(a) 10:15　　(b) 18:42　　(c) 210:140

(d) 52:78　(e) .8:1.6　(f) 1.05:1.68

(g) 1.5:.05　(h) $\frac{2}{15}:\frac{7}{15}$　(i) $1\frac{1}{2}:3\frac{3}{4}$

(j) $3\frac{1}{5}:6$

(7) 占美每月儲蓄$10，珍尼每月儲蓄$15。三年七個月零二十一日後，他們儲蓄的比是什麼？

(8) 李波比一分鐘可以打三十二個字。找出打288字和1024字所須時間的比？

(9) 車遲國和馬快國爲了爭一塊平地，打了五年的仗，直到兩敗俱傷。雙方人民都厭倦戰爭，於是兩國談判，把所爭那段土地瓜分。但是怎樣瓜分呢？車遲國處於相當不利的情形，所以主張平分。馬快國因爲處於相當優勢，所以主張八二分——馬快國八，車遲國二。結果爭爭執執，幾乎又打起來。終於達成協議，四六分，馬快國六，車遲國四。那塊土地面積是二萬方哩，那麼兩國各得土地多少方哩？

三、比例式

我們在上節說過，3:2 和 6:4 是一樣的，所以我們可以寫成：

$$3:2=6:4$$

這樣的數式，稱爲**比例式** (**proportion**)。假若

$$a:b=c:d,$$

表示 $a:b$ 和 $c:d$ 二比的比值相同，亦即是

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}。$$

假若我們把 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ 兩邊乘 $b\times d$，可得

$$\frac{a}{\cancel{b}}\times\cancel{b}\times d=\frac{c}{\cancel{d}}\times b\times\cancel{d}$$

所以

$$a\times d=b\times c$$

這是一個很重要的結果：**交乘規則**

$$\boxed{\text{若 } a:b=c:d\text{，則 } a\times d=b\times c}$$

習　題

(1) 證明 $a:b=a\times m:b\times m$ (m 爲任何一數)。

(2) 假若 m 爲任何不等於零的數，那麼

$$a:b=\frac{a}{m}:\frac{b}{m}。$$

比例式的應用，通常是在這樣的情形：我們曉得兩數的比和其中一數，求另外一數。

例　題

（甲）全班人數是 32，男生人數和全班人數的比是 3:8。那麼班裏有多少個男生？

方法： 我們可以寫成比例式：

$$3:8=?:32$$

?就是所求男生人數。我們利用交乘規則：

$$3\times 32=8\times ?$$

所以
$$?=\frac{3\times 32}{8}=12$$

答案： 班裏有 12 個男生。

（乙）全班人數是 40，男生人數和女生人數的比是 3:2。那麼班裏有多少個女生？

方法： 我們先找女生人數和全班人數的比，然後照例題甲的方法找女生人數。男生和女生人數的比是 3:2。所以有三個男生，就有兩個女生。亦即有五個學生，就有兩個女生。所以女生人數和全班人數的比是 2:5。

我們可以寫成比例式：

$$2:5=?:40$$

利用交乘規則

$$2\times 40=?\times 5$$

所以

$$?=\frac{2\times 40}{5}=16$$

答案：班裏有 16 個女生。

習　題

(3) 製造一種錫和鉛的合金，錫和鉛的比是 3:2，今有 360 磅鉛，那麼要用多少磅錫來製造合金？

(4) 一塊長方形木頭，長和闊的比是 4:3。假如木長 30 吋，那麼木闊多少吋？

(5) 甲班男女的比是 3:4，共有 35 個學生；乙班男女的比是 5:4，共有 36 個學生。兩班合起來上體育課，那麼合班男女的比是什麼？

(6)

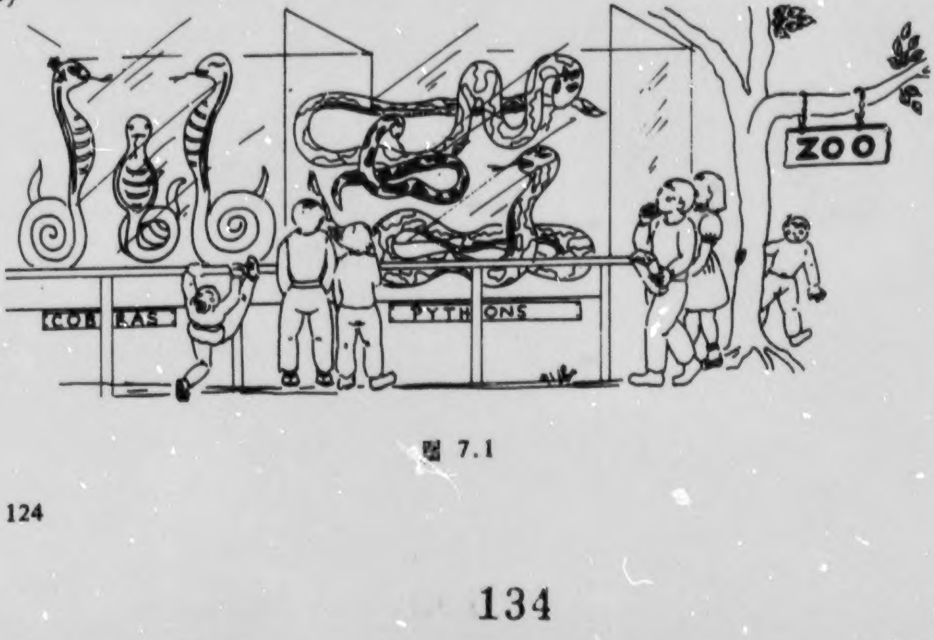


圖 7.1

動物園裏的眼鏡蛇比蟒蛇多三條，蟒蛇數目和眼鏡蛇數目的比是 5:6。動物園有多少條眼鏡蛇和蟒蛇？

(7) 三個秘書六天內可打一百二十封信。四個秘書要用多少時間來打同樣數目的信？

四、標　度

你懂不懂得怎樣看地圖？地圖是地球全部或一部分的縮圖。我們對著一幅地圖，怎曉得縮小了多少呢？若是仔細看看，就會發現地圖的一角，一定有一個標度(scale)。標度可能用符號表示，例如，1:20,000；也可用文字表示，例如一吋代表十哩，有時可能畫圖表示，例如：

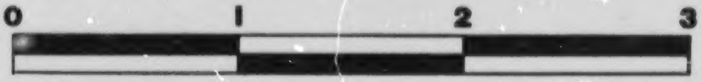


圖 7.1a

這些標度有什麼意義呢？

其實標度很簡單，只不過告訴我們縮小或放大的比例。我們未看地圖以前，先談談標度的原理。譬如我們有下面一幅圖：

A

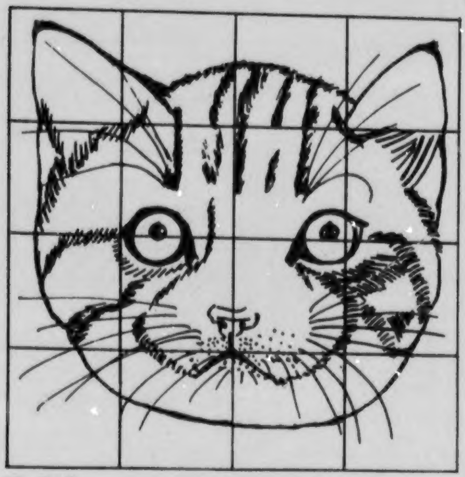
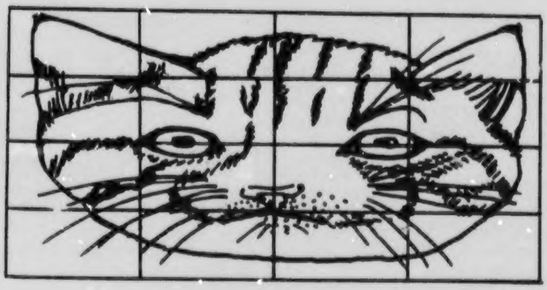


圖 7.2

譬如我們把圖縮小：

C



B

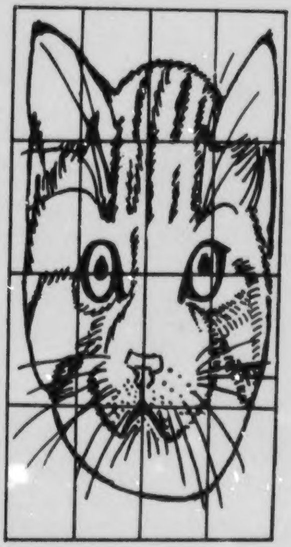


圖 7.3

B圖是縮小闊度一倍，C圖是縮小長度一倍。B, C兩圖像不像原來的A圖？能否稱爲縮圖？

D

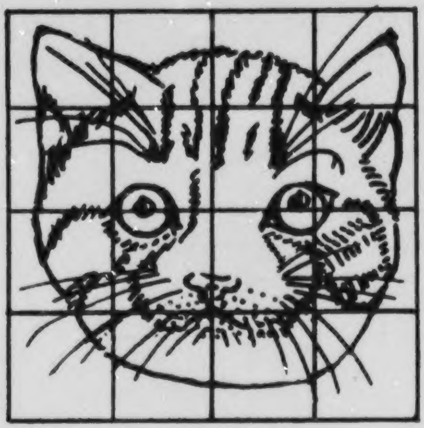


圖 7.4

D圖是長闊都縮小一倍，和A圖看起來一模一樣，只不過大小不同。我們稱D爲A的**縮小** (reduction)，A爲D的**放大** (magnification)。D的縮小標度是1:2，意思是D比A小一倍。A的放大標度是2:1，意思是A比D大一倍。注意，縮小放大時要把長闊一同的變更，不能只縮一個、或是長縮一倍，闊縮三倍。不然就把圖形歪曲了。

習　題

(1)

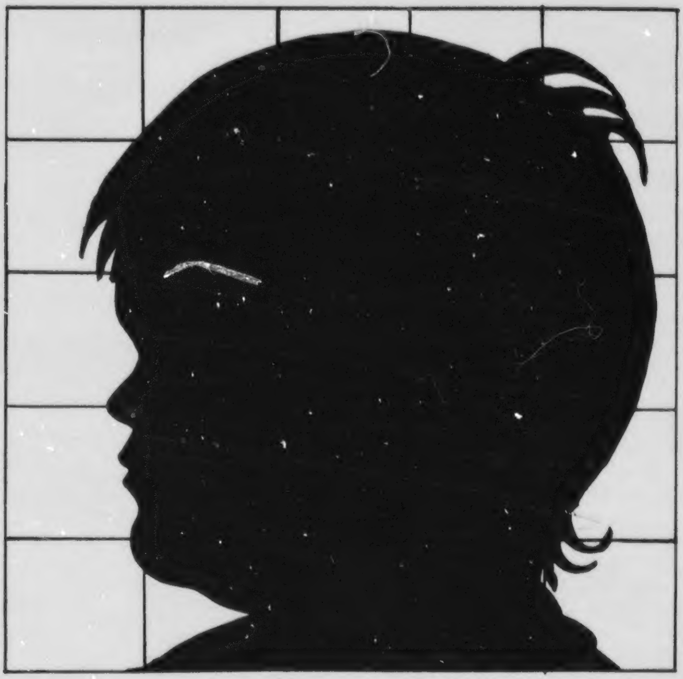


圖 7.5

試按下面的指示來畫圖:

(a) 把上圖闊度縮小一倍，長度不變。

(b) 把上圖長度放大半倍，闊度不變。〔放大半倍即把上圖的長度，按 $1\frac{1}{2}:1$ 的比來放大。〕

(c) 把上圖按 1:1.5 的標度縮小。

(d) 把上圖按 3:1 的標度放大。

(2) 下面那幅圖是另外一幅圖的縮小？

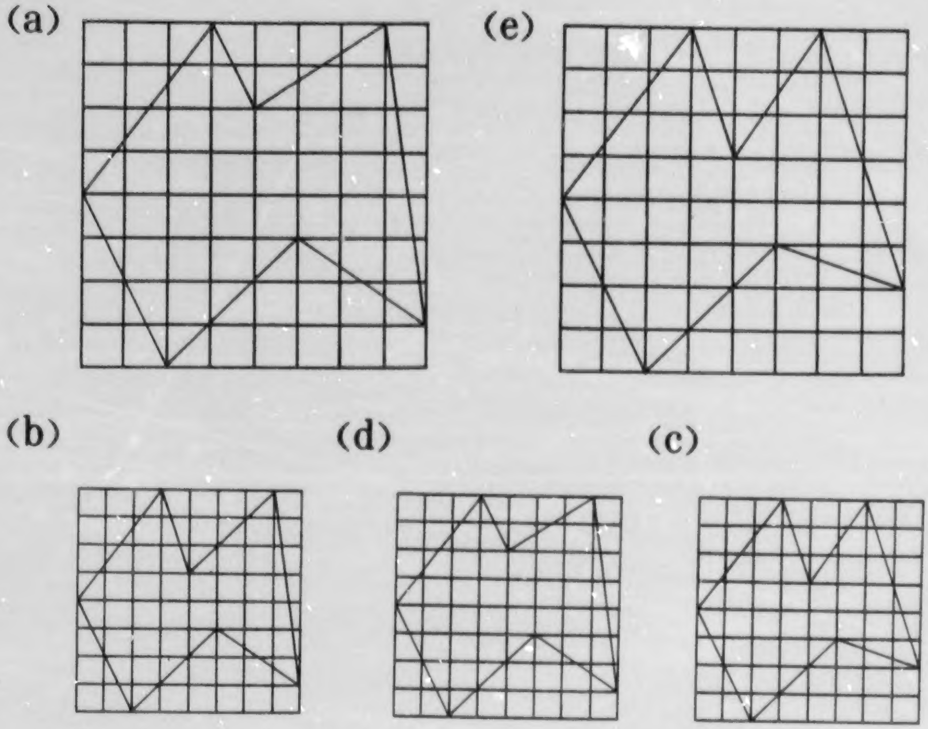


圖 7.5a

我們現在回頭看地圖標度。譬如我們從地圖上看到的標度是 1:20,000，這表示地圖上畫的，是地面縮小了二萬倍。那麼地圖上一吋距離，實際上是多遠？要計算這個距離，有一點知識要曉得，就是

一哩＝5,280 呎＝63,360 吋。

標度是 1:20,000，所以地圖上一吋代表地面上 20,000 吋。

$$20{,}000 \text{ 吋} = \frac{20000}{12} \text{ 呎}$$

$$= 1{,}666 \text{ 呎 } 8 \text{ 吋}$$

我們再計算相反的一個問題。假若標度是一吋代表十哩，那麼標度的比是什麼？十哩＝633,600 吋。所以縮小了 633,600 倍，比是 1:633,600。

習 題

(3) 把下列標度用比寫出：

(a) 一吋代表六哩

(b) 一吋代表二十哩

(c) 六吋代表一哩

(d) 一公分代表一公里。〔一公里＝1,000 公尺＝100,000 公分〕

(4) 一吋在下面的標度裏代表什麼的距離？

(a) 1:100,000
(b) 1:1,000,000
(c) 1:70,000
(d) 1:50,000

(5)

香港島與博寮洲　　　　1:125,000

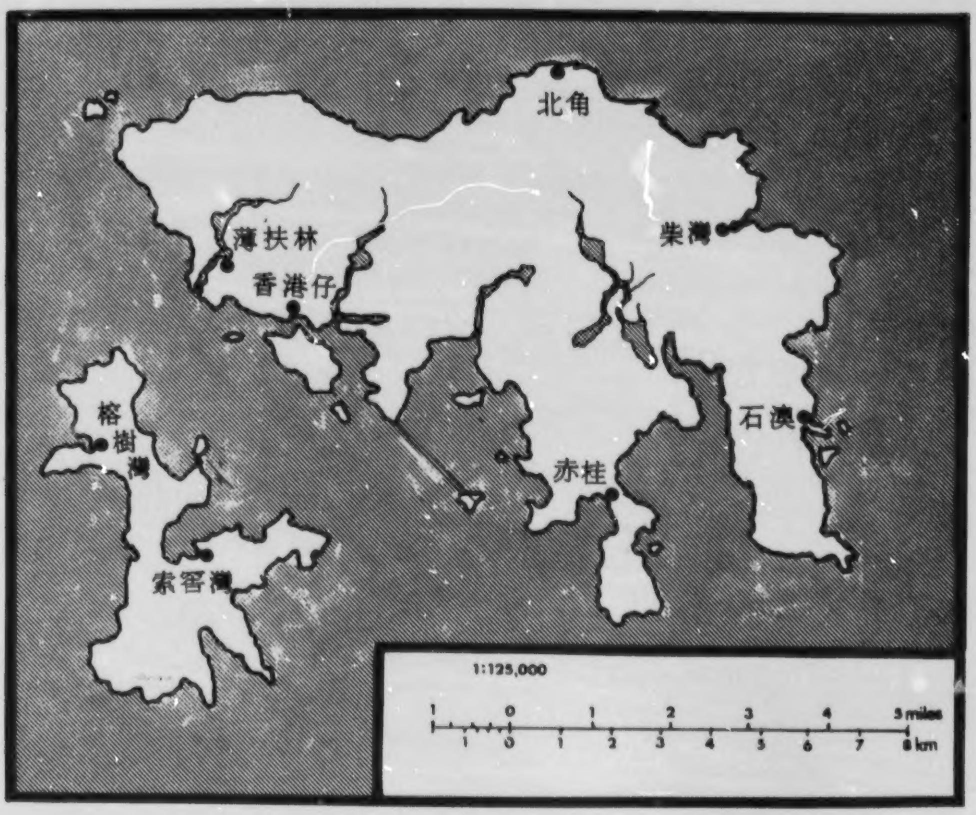


圖 7.6

四、標度

試用上圖找出地圖上各點的距離。〔答案可用距離表示出來：把兩點的距離，填在方格裏。〕

	柴灣	北角	薄扶林	石澳	索罟灣	赤柱	榕樹湾
香港仔							
柴灣							
北角							
薄扶林							
石澳							
索罟灣							
赤柱							

(6)　華南　1:6,000,000

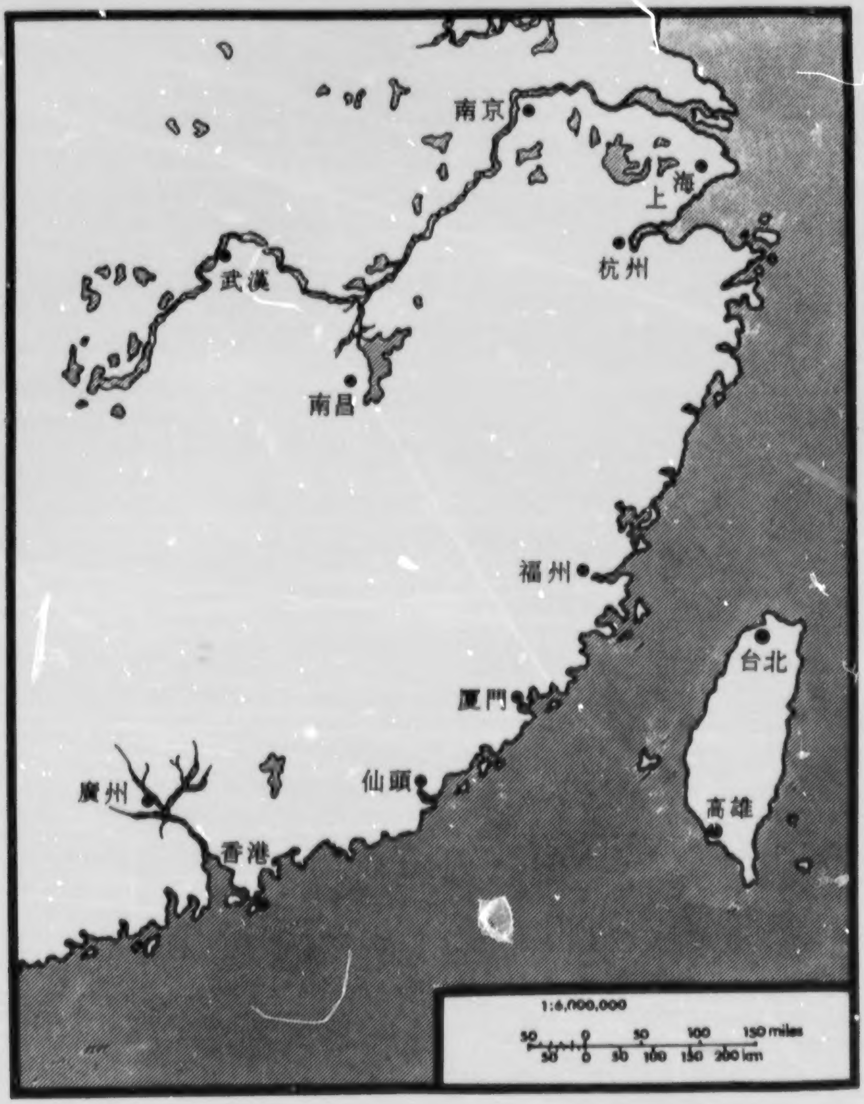


圖 7.7

把地圖上各城的距離，用距離表寫出來。这些距離準確不準確？爲什麼？

五、正比例和反比例

你有沒有作第三節習題 7？有沒有得到正確答案？假若你當作比例式來作，結果一定是荒謬的。三個秘書可以在六天內打一百二十封信？秘書的比是 3:4。所以所用的時間的比也是 3:4。

$$3:4=6:?$$

$$?=8$$

所以四個秘書要用八天來打！這當然是荒謬的，怎麼多用一個秘書，反而要用更多時間？

什麼地方錯了？原來這條數不能用比例式來作。

假若三個人要用六天，一個人就當然要用三倍的時間。即是十八天。那麼四個人呢？就要用一個人所需四分之一的時間，即是 $\frac{18}{4}$ 天 $=4\frac{1}{2}$ 天。

注意：四天半和六天的比是 $4\frac{1}{2}:6$。$4\frac{1}{2}:6=3:4$。而 3:4 和 $\frac{1}{4}:\frac{1}{3}$ 的比是相同的。我們得到 $4\frac{1}{2}:6=\frac{1}{4}:\frac{1}{3}$。所需日子的比，正是人數倒數的比。這類的比例式稱爲**反比例** (**inverse proportion**)，平常的比例式稱爲**正比例** (**direct proportion**)。

例　題

（甲）三隻老虎兩天吃六隻野豬，四隻老虎兩天吃多少隻野豬？

圖 7.7

方法: 老虎愈多，野豬也愈吃得多，所以這是正比例。我們說老虎數目和被吃野豬數目成正比例。我們因此可以列出比例式:

$$3:4=6:?$$
$$?=8$$

答案: 八隻野豬。

(乙) 三隻老虎十天內可吃三十隻野豬，十隻老虎在多少天內可吃三十隻野豬？

方法: 老虎愈多，野豬愈吃得快，所以時間愈短。這是反比例。我們說老虎數目和時間成反比例。因此:

$$\frac{1}{3}:\frac{1}{10}=10:?$$

$$\frac{1}{3}\times ?=\frac{1}{10}\times 10=1$$

$$?=3$$

答案：三天。

習　題

(1) 假若用時速55哩的速度由A開車到B，需時五小時。那麼用時速50哩的速度開車，需時多久？

(2) 發電廠用煤來發電。今有一堆煤，每天燒四噸可供十天電力，那麼每天燒五噸，可供電力多少天？

(3) 假若溫度不變，一個固定量氣體的體積和氣壓成反比例。今有五百六方呎的氣體，氣壓是每方吋十六磅，若壓縮成二十五立方呎，氣壓是每方吋多少磅？

(4) 一個人海拔的高度，和他盡眼所能見距離的二次冪約成正比例。若是在海拔600呎的地方，能望到30哩遠？那麼在1,176呎的地方，可以望到多遠？

(5) 兩個秘書六天可打一百二十封信，那麼三個秘書要多少天才可打一百六十封信？

六、連 比

我們常常需要比較兩個以上的數量。例如作一道可供四人用菜，要三隻鷄蛋，$\frac{1}{4}$磅牛油，和兩杯牛奶。那麼要供八人用時，需要多少材料？明顯地要用6隻鷄蛋，$\frac{1}{2}$磅牛油，和4杯牛奶。我們可以寫成

$$4:3:\frac{1}{4}:2=8:6:\frac{1}{2}:4$$

$4:3:\frac{1}{4}:2$ 和 $8:6:\frac{1}{2}:4$ 稱爲**連比**(**continued ratio**)。兩個連比 $a:b:c:\cdots\cdots$ 和 $x:y:z:\cdots\cdots$，若是 $\frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}=\cdots\cdots$，那麼兩個連比相等，可以寫成

$$a:b:c\cdots\cdots=x:y:z\cdots\cdots$$

習 題

(1) 假若 $3:4:5=9:x:y$，x 和 y 是什麼？

(2) 填寫下面連比式中的空格：

(a) $\square:7:5:\square:\square=6:\square:2:8:9$

(b) $1:2:\square:\square=\square:-6:9:30$

(3) 假若 $a:b:c=3:4:5$，$a+b+c=108$，a、b 和 c 是什麼？

(4) 假若 $a:b:c=1:4:7$，$a-b=5$，a、b 和 c 是什麼？

(5) 以下是蛋花湯的菜譜，可供四人食用。請你改爲供十人用的菜譜。

材料：3杯鷄湯(鮮湯或罐頭皆可)；一小匙鹽；一大匙粟粉，用2大匙冷水開勻；一隻鷄蛋，略略攪拌；一條葱，切碎。

方法：把鷄湯放在二夸脫大的煲裏用大火燒滾。加鹽。把粟粉再攪勻，倒在湯裏，不住的攪拌，直到湯加濃澄清。慢慢倒進鷄蛋，輕輕地攪一下後立刻熄火。嘗嘗味道，不夠鹹可再加鹽。倒進碗內，撒上葱末就可食用。

(6) 下了一場驟雨後，天氣十分涼爽。張其建，張其國，張其成，張其功四兄弟跑到花園後面的草坪玩耍。雨後斜陽，十分可愛，還有一條大彩虹，在草坪彎彎的伸到天上。他們從來沒有見過那麼近的彩虹，走過去看看。原來彩虹裏有無盡的階梯，一直登到天上。他們四人向來就喜歡冒險，見了這情景，那有不爬上天虹之理？於是連跑帶跳的走上天虹。

圖 7.8

他們漸漸的走進軟綿綿的白雲裏，草坪、花園通通看不見了。慢慢的，天虹開始降落，他們從雲裏走出來了。看見下面仍然是一大片草坪。他們剛踏落平地，立刻看見一個大罐子傾在地上，一塊一塊的金子流出來，在陽光裏閃爍著。他們數數，一共有二百二十五塊。他們歡喜得很，準備用這金子

作旅費，到處漫遊。

二百二十五塊金子，怎樣分開來携帶呢？大哥當然要多携一點，小弟弟少一點。張其國說：“我們不如按年齡來分開吧。若大哥携十五塊，我就携十三塊，老三可携十塊，老四可携七塊。”

那麼他們每人携帶多少塊金子呢？

七、比　率

比率(rates)是用來比較不同單位的數量。例如一輛車子兩個半小時開了一百哩，那麼平均速率是每小時 $100\div 2\frac{1}{2}$ 哩，即每小時 40 哩。又如水從水管流出來，三分鐘盛滿了兩個五加侖大的桶，那麼水流的速率是

$$10\text{ 加侖}\div 3\text{ 分鐘}=\frac{10}{3}\text{ 加侖/分鐘}$$

$$=3\frac{1}{3}\text{ 加侖/分鐘}$$

加侖/分鐘的意思，就是每分鐘多少加侖。

習　題

(i) 美國公路上的最高速率，通常是每小時 55 哩。有些人喜歡開快車。開快車是否能節省許多時間？我們作下面的題目。就可以有一個概念。

(a) 旅程是十哩。若按時速 55 哩的速率，要用多少時間？若超速至時速 60 哩，能節省多少時間？若超速至時速 65 哩，又能節省多少時間？

(b) 旅程是 50 哩。超速至時速 60 哩和 65 哩，能節省多少時間？

開快車帶來的危險，能否值得所節省的時間？

(2) 某國的出生率是每年每一千人有 17.5 個嬰兒出生。死亡率是每一千人有 11.3 人死亡。某國現時人口為 62,846,507。一年後人口是多少？兩年後又是多少？

(3) **怎樣買東西**。我們今日所處的是一個通貨膨脹的世界，所以許多人都盡量的節省開支，買東西時要買最經濟的貨品。當然製造貨品的廠商們，並不希望顧客買最便宜的東西，因爲如此他們的貨品價格就必須能夠與其他公司的貨品競爭。若是貨品太貴，當然沒有人去買啦。所以製造商總是用種種的方法，使顧客不清楚到底什麼貨品最經濟。例如同一樣的貨品，可以用不同的包裝，價錢也就難以比較了。譬如早餐用的玉米片，大食牌每盒净重14.5盎士，售價是79¢。餓狼牌每盒净重15盎士，售價85¢。開胃牌每盒净重14盎士，售價77¢。那個牌子的玉米片最經濟？〔提示：找出每個牌子一盎士玉米片售價是多少。〕

(4) **怎樣買東西(續)** 通常一樣貨品有大小不同的包裝，那麼買大的經濟？還是買小的經濟？我們先作下面的題目：

肥狗牌花生油分大、中、小瓶出售。小瓶容量是8盎士，售價89¢，中瓶容量是15盎士，售價$1.59；大瓶容量是40盎士，售價是$3.50。買那一種最經濟？

通常包裝愈大愈經濟，你曉得是什麼原因？

八、複習題目

(1) 下面是白象汽車公司和檸檬汽車公司去年四季的盈利表:

	春季	夏季	秋季	冬季
白象公司	$2,525,000	$1,625,000	$2,475,000	$1,875,000
檸檬公司	$1,125,000	$1,125,000	$1,500,000	$2,250,000

試求兩間公司四季和全年盈利的比。

(2) 把下面的比約爲最簡比:

(a) 27:36　(b) 35:49　(c) 119:85

(d) 126:144

(3) 找出四個數，它們的和是 1280，比是 2:4:5:9。

(4) 假若 $a:b=3:4$，那麼 $(3a+4b):(3a-4b)$ 是什麼？

(5) (a) $8:12=18:?$　(b) $\frac{1}{3}:\frac{1}{4}=\frac{1}{5}:?$

(c) $?:3=.4:.75$　(d) $\frac{5}{2}:\frac{3}{7}=?:2$

(e) $a:?=c:d$

(6) 王明新和劉雲飛分吃一個鷄肉餡餅。劉雲飛吃了 $\frac{3}{8}$，王明新吃了其餘的部分。那麼他們所吃的量的比是什麼？假若鷄肉餡餅重 1,280 克，他們各吃去多少克？二人再各吃鷄肉餡餅多少克，然後劉雲飛吃的才是王

明新吃的 $\frac{3}{4}$？

(7) 水壩的重量和高度的三次冪成正比例。水壩的模型高12吋，重243磅。那麼一百呎高的水壩重多少磅？〔一呎＝12吋〕

(8) 兩個鏟雪機在六小時内可把一個停車場的積雪鏟清。那麼五個鏟雪機需要多少時間來清除三個停車場的積雪？

(9) 銅綫長160呎，售價爲$15。那麼100呎的售價是多少？

(10) 徐永祥在12分鐘内走完6,000米，何天福在5分鐘内走完2,400米。求徐永祥，何天福平均速率的比。

生字表

antecedent	前項
consequent	後項
continued ratio	連比
direct proportion	正比例
inverse proportion	反比例
magnification	放大
proportion	比例式
rate	比率
ratio	比
reduction	縮小
scale	標度
value of ratio	比值

答　案

二、比

(4)

長方形	長：闊
A	2:1
B	3:1
C	5:2
D	3:1
E	5:3
F	2:1
G	3:2
H	2:1
I	12:1
J	24:1

(6) (a) 2:3　(c) 3:2　(e) 1:2　(g) 30:1
(i) 2:5

(8) 9:32

三、比例式

(3) 540 磅　　(5) 35:36　　(7) $4\frac{1}{2}$ 天

四、標度

(2) (c)

(3) (a) 1:380,160　　(c) 1:10560

(4) (a) 1 哩 3053 呎 4 吋　　(c) 1 哩 553 呎 4 吋

五、正比例和反比例

(1) $5\frac{1}{2}$ 小時　　(3) 320　　(5) $5\frac{1}{3}$ 天

六、連比

(1) $x=12$, $y=15$　　(3) $a=27$, $b=36$, $c=45$

(6) 65, 55, 35, 20

七、比率

(1) (a) 10 分 54.5 秒; 54.5 秒; 1 分 40.7 秒

(b) 4 分 32.7 秒; 8 分 23.5 秒

(3) 大食牌

八、複習題目

(1) 春季，101:45; 夏季，23:15; 秋季 33:20; 冬季 5:6;

全年 17:12。

(2) (a) 3:4　(b) 5:7　(c) 7:5　(d) 7:9

(3) 128，256，320，576

(4) 25: − 7

(5) (a) 27　(b) $\frac{3}{20}$　(c) $\frac{4}{25}$　(d) $\frac{25}{3}$　(e) $\frac{ad}{c}$

(6) 5:3，800 克，480 克，480 克

(7) 243,000,000 磅

(8) $7\frac{1}{5}$ 小時

(9) $9.38

(10) 25:24

第八章　百分數

一、引　言

我們常會看到％這符號，也常會聽到“百分數”這個名詞。天氣報告員說，今天下雨的可能性是60％，明天下雨的可能性是40％。銀行登廣告，說儲蓄存款複利5.25％，並且每日計算。民意測驗的結果，55％的選民準備投候選人鄔酉的票，40％準備投候選人杜未明的票，5％未能作決定。經濟學家報告通貨膨脹率是5％，失業率是6.8％。

由此可見，％是個無所不在的符號。我們既然活在現代社會裏，若要明白這個社會的情形，就必須瞭解“百分數”和“百分率”這些概念。我們這章就是介紹百分率和學習應用百分率。

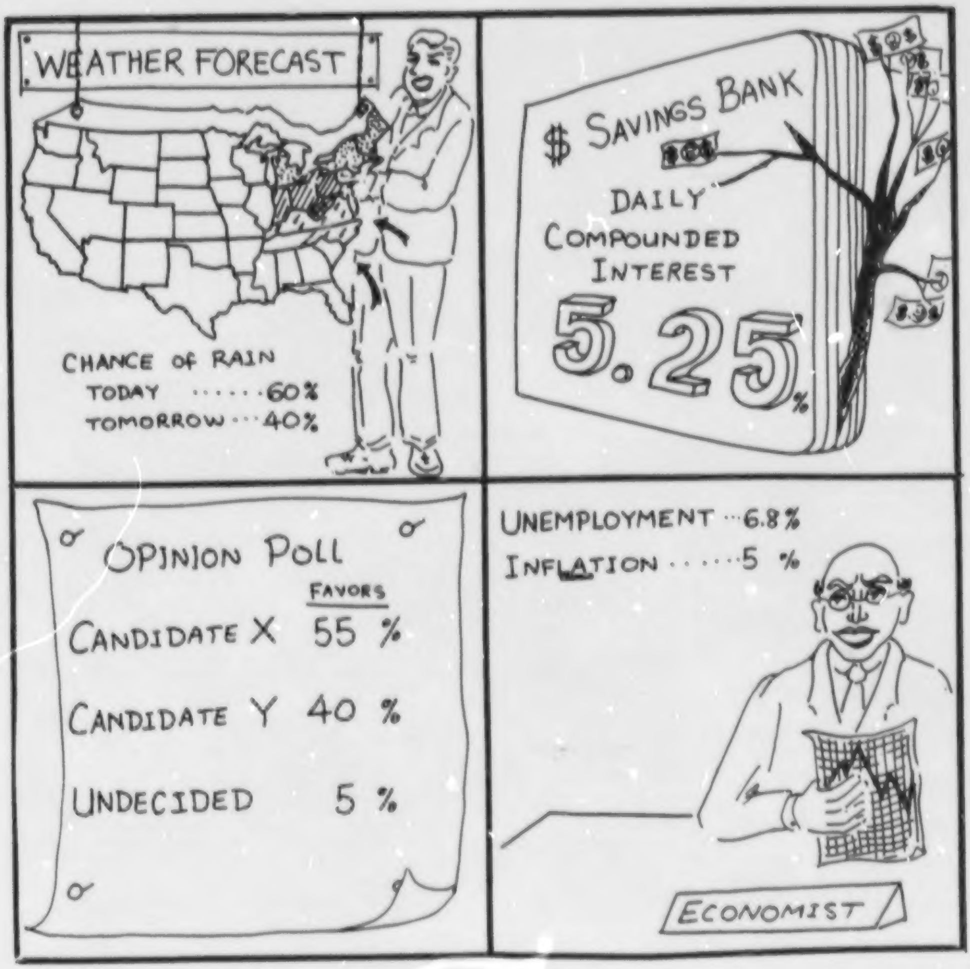

WEATHER FORECAST
CHANCE OF RAIN
TODAY ······60%
TOMORROW···40%
$ SAVINGS BANK
DAILY
COMPOUNDED
INTEREST
5.25%
OPINION POLL
FAVORS
CANDIDATE X 55 %
CANDIDATE Y 40 %
UNDECIDED 5 %
UNEMPLOYMENT ···6.8%
INFLATION ······5 %
ECONOMIST

圖 8.1

二、百分率

試計算下列各題:

(1) 把下列百分率化爲小數:

(a) 25%　(b) 1.5%　(c) 200%　(d) $33\frac{1}{3}\%$

(e) .04%

(2) 把下列百分率化爲分數:

(a) 20%　(b) 37.5%　(c) $66\frac{2}{3}\%$　(d) 1 000%

(e) .125%

(3) 把下列有理數化爲百分率:

(a) .02　(b) .476　(c) $\frac{27}{100}$　(d) $\frac{3}{16}$　(e) $\frac{7}{9}$

(4) 填寫下列表中的空格:

a	b	a是b的多少%
60	48	
	120	3.5
	85	16.25
49		7
400		125

(5) 唐金蘭收集郵票，亞洲國家的郵票是全部郵票的 40%；在亞洲郵票中，中國郵票佔 32.5%。她一共有 960 個不是亞洲國家的郵票。那麼她共有多少個中國郵票？

現在請翻閱章末的答案，然後按評估表的指示去作：

作錯多少題	0—1	2	3—5
指　示	略過本節	把本節習題全部作完	學習本節

分數和小數，各有缺點。分數的缺點是比較大小時和計算加減數時要通分母，很麻煩。小數的缺點是循環小數常出現，同時日常生活裏用的小數通常是在 .01 和 .1 中間，那麼一天到晚在寫 0，實在太不經濟了。

百分數和百分率就是分數和小數的折衷。**百分數**就是用 100 做分母的分數。若是分母全是 100，比較大小就容易了。

例如比較 $\frac{3}{4}$ 和 $\frac{4}{5}$，$\frac{3}{4}=\frac{75}{100}$，$\frac{4}{5}=\frac{80}{100}$，75 比 80 小，所以 $\frac{3}{4}$ 比 $\frac{4}{5}$ 小。百分數的作用，就是減少不同分母所帶來的麻煩。

我們有一個符號代替 $\frac{1}{100}$，就是**百分號** %，英文念 **percent**，就是拉丁文 $\frac{1}{100}$ 的意思。5% 就是 $\frac{5}{100}$，$\frac{30}{100}$ 就是 30%。當我們把百分數寫成 5%，30% 等時，就稱爲**百分率** (percentage)。

例　題

（甲）把下列百分率化爲分數和小數：4%，6.25%，$33\frac{1}{3}\%$。

方法：

$$4\% = \frac{4}{100} = \frac{1}{25} = .04$$

$$6.25\% = \frac{6.25}{100} = \frac{6}{100} + \frac{2}{1000} + \frac{5}{10000}$$

$$= .0625$$

同時 $\frac{6.25}{100} = \frac{6.25 \times 100}{100 \times 100} = \frac{625}{10000} = \frac{1}{16}$

$$33\frac{1}{3}\% = \frac{33\frac{1}{3}}{100} = \frac{\frac{100}{3}}{100} = \frac{100}{3} \times \frac{1}{100}$$

$$= \frac{1}{3} = .\dot{3}$$

注意： 把百分率化爲小數時，只要把 % 號挪去，然後把小數點左移兩位。相反地，小數化百分率，只要把小數點右移兩位，然後加上 % 號。

例　題

（乙）把下列有理數化爲百分率：$.32$，$.012$，$\frac{1}{5}$，$\frac{7}{20}$，$\frac{5}{6}$。

方法:　$.32 = 32\%$（小數點右移兩位）

$.012 = 1.2\%$

$\frac{1}{5} = .2 = 20\%$

$\frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 35\%$

$\frac{5}{6} = .8\bar{3} = .8333\cdots\cdots = 83.33\cdots\cdots\%$

$= 83\frac{1}{3}\%$

或 $\frac{5}{6} = \frac{5}{6} \times 100 \times \frac{1}{100} = \frac{500}{6} \times \frac{1}{100}$

$= \frac{500}{6}\% = 83\frac{1}{3}\%$

通常分數化百分率時有兩個方法，一是先化爲小數，然後再化爲百分率，另一個方法是把分數乘 $100 \times \frac{1}{100}$，然後寫 $\frac{1}{100}$ 爲 %。

習　題

(6) 把下列百分率化爲小數：24%，1.75%，150%，$66\frac{2}{3}\%$，1,000%。

(7) 把下列百分率化爲分數：15%，12.5%，$133\frac{1}{3}\%$，500%，.035%。

(8) 把下列小數化爲百分率：.33，3.33，.03，33，$.0\bar{3}$。

(9) 把下列分數化爲百分率：$\frac{3}{100}$，$\frac{11}{50}$，$\frac{9}{16}$，$2\frac{1}{2}$，$\frac{4}{7}$。

百分數的問題通常有三類：

找百分率，例如40是80的?%。

找部分的數目，例如80的50%是?

找全體的數目，例如?的50%是40。

這些問題，通通可用比例式來計算。

例　題

(丙) 50的32%是多少?

方法：32%是 $\frac{32}{100}$。我們要找一個數 N，使 $\frac{N}{50}=\frac{32}{100}$。

明顯地，$N=16$。

答案：16。

(丁) 28是84的多少%?

方法：我們要找 $\frac{28}{84}$ 的百分率。

$$\frac{28}{84}=\frac{1}{3}=33\frac{1}{3}\%$$

答案：$33\frac{1}{3}\%$。

(戊) 一個數的152%是76。這個數是什麼?

方法：我們要找 N，使 $\frac{76}{N}=\frac{152}{100}$

用交乘律，可得

$$76 \times 100 = 152 \times N$$

$$N = \frac{76 \times 100}{152} = 50$$

答案：50。

習　題

(10) 填下面表的空格。

a	b	a是b的多少%
80	76	
	108	3.5
	110	125
	64	6.25
39		1.3
600		250
38		$3\frac{1}{6}$

(11) 不同的走獸，前足和後足所支撐的體重的比是不一樣的。下面的表、說明四種走獸前後足所支撐大約的重量。

走獸	平均體重	前足支撐體重的百分率	後足支撐體重的百分率
駱駝	1600 磅	67	33
駱馬	300 磅	$66\frac{2}{3}$	$33\frac{1}{3}$
象	4000 磅	58	42
馬	900 磅	$57\frac{1}{2}$	$42\frac{1}{2}$

圖 8.2

(a) 一隻馬平均後足支撐的重量是多少磅？

(b) 一隻駱馬平均前足支撐的重量是多少磅？

(c) 假若一隻牛 60% 的體重由前足來支撐，同時後足支撐的體重是 480 磅，那麼牛的體重是多少磅？

(d) 獅子平均體重是 500 磅，後足支撐 225 磅，那麼後足所支撐的重量，是全部體重百分之幾？

(e) 你的腳支撐你的體重的百分之幾？

(12) 一個人若要維持體溫，每天必須吃大約是體重的百分之二的食物。老鼠要維持體溫，卻要吃體重百分之五十的食物。所以老鼠一天到晚在吃東西。

(a) 一個 80 磅重的孩子，每天要吃多少磅的食物來維持體溫？

(b) 假若一個 120 磅重的孩子每天吃 4 磅食物，够不够維持體溫？

(c) 假若你的新陳代謝率和老鼠一樣，每天要吃多少磅的食物？

三、百分率的應用

試計算下列各題

(1) 芝加哥1970年的人口是3,369,357人，1978年的人口是3,074,084人。那麼芝加哥八年內人口減少了多少？減少率是多少%？
〔答案可捨入小數第二位〕

(2) 洪大年家開的餐館，自從《紐約時報》的餐室評論大爲讚賞，冠以三星後，顧客風湧而來。結果今年收入比去年增加了84%。餐館今年的收入是$768,452.69。那麼去年的收入是多少？

(3) $76.99的一套西裝，八折出售，實價是多少？

(4) 魏心和午餐吃了一個熱狗，價錢是$.65，喝了一杯橙汁，價錢是$.35，還買了一包薯片，價錢是$.25。營業稅稅率是5%。他付賬時共付多少錢？若是他付總數的15%作小費，那麼他午餐共花了多少錢？

(5) 存$10,000在銀行十年，年息7%，若是計單利，十年後的本利和是多少？若計複利，又是多少？

現在請翻閱章末的答案。若錯一題以上的話，就要學習本章其餘各節。

百分數的應用眞是五花八門，甚麼盈虧問題啦，折扣問題啦，滙兑問題啦，保險問題啦，稅收問題啦，利息問題啦……若要逐一研究，實在太過繁雜，而且許多問題也不是中學生常會碰到的，而是將來一二十年後才會遇見，那麼現在硬生生的去學，不免有囫圇吞棗的現象，香港來的同學，更可能大

叫"月饼"了。(mooncake＝悶極)

幸而，我們現在是學數學。數學一貫的原則，就是"無為而為"。說得淺白一點，就是"可以懶則懶，可以省則省"。所以我們先要明瞭百分數應用的原則，把一切枝節芟除，單只研究數學的核心。然後再應用於各種不同的情況下，就不再需要逐一思考了。

百分數的應用，不外計算下列各數：（我們借用銀行術語來稱呼那幾個數）

本 (principal)，P，即原本之數。

率 (rate)，$R\%$，即百分率。

利 (interest)，I，即本乘率的得數。

和 (sum)，S，即本加利的和。

通常是四數已知兩數，求其他兩數。本、率、利、和的關係，可列為下面兩條簡單的公式：

$$\boxed{\begin{aligned} P \times \frac{R}{100} &= I \\ P + I &= S \end{aligned}}$$

這兩條公式，第一條只不過是說明利是本乘率，第二條只不過是說明和是本加利的和。我們就分別說明怎樣用這兩條公式，計算所有的百分率應用題。

(甲) 已知本、率，求利、和。

例如本是 1,230，率是 7%。那麼用公式，

利是 $P\times\frac{R}{100}=1230\times\frac{7}{10}=85.1$

和是 $P+I=1230+85.1=1315.1$。

（乙）已知本、利，求率、和。

例如本是 254，利是 −12。

我們立刻可以求和。和 $=P+I=254+(-12)$

$=242$。

求率：$$P\times\frac{R}{100}=I$$

所以 $$254\times\frac{R}{100}=-12$$

把等號兩邊乘 $\frac{100}{254}$，得

$$254\times\frac{R}{100}\times\frac{100}{254}=-12\times\frac{100}{254}$$

約數後，$$R=\frac{-12\times100}{254}=-4\frac{92}{127}$$。

約為 −4.7%。

（丙）已知本、和，求利、率。

例如本是 560，和是 630。利立刻可以得到：

利 = 和 − 本 = 630 − 560 = 70。

率：$R=\frac{I}{P}\times100=\frac{70}{560}\times100=12.5$

（丁）已知率、利，求本、和。

例如率是 −5%，利是 −240。

先求本：　因爲 $\frac{R}{100}=\frac{I}{P}$，所以

$$-\frac{5}{100}=-\frac{240}{P}$$

用交乘律，　$-5\times P=-240\times 100$

$$P=\frac{-240\times 100}{-5}=4,800$$

既得本，和即是 $4800+(-240)=4,560$

（戊）已知率、和，求本、利。

例如率是11%，和是999。我們先求本。

假若本是100，那麼利是 $100\times\frac{11}{100}=11$，所以和就是 $100+11=111$。

我們可以寫成比例式：

$$100:111=?:999$$

甚麼的本，才能得到999的和呢？利用交乘律，$100\times 999=?\times 111$

$$?=\frac{100\times 999}{111}=900$$

既得本，利立刻可從和減本得到。利是 $999-900=99$。

（己）已知利、和，求本、率。

例如利是 -85，和是85。本是和減利 $=85-(-85)=170$

率：$\frac{I}{P}=-\frac{85}{170}=\frac{R}{100}$

$$R=-\frac{85}{170}\times 100=-50$$

所有的應用題，不外是以上六種形式。其中五類都是非常簡單，只有(戊)的已知率、和，求本、利有一點的艱難。

注意：利、率可以是負數，所以和可能比本小。

習　題

(6) 試填上下面表中的空格：(若不能整除，答案可捨入小數第二位)。

P	I	$R\%$	S
625	25		
840	-91		
1,624		4.7%	
308		-6.25%	
1,000			1,305
1,728			1,600
	32.5	13%	
	-1,000	-200%	
	12		137
	-4.5		94.5
		7.2%	268
		-7.2%	242

四、江柳月的一天

我們既然學習了應用百分數的原則，就應該應用百分數。但是我們前面已經說過，百分數的應用實在是千頭萬緒，不能一一細說。所以我們只從一個初中學生江柳月一個星期六所遇見的百分數來說明怎樣應用百分數。

江柳月一早起來，十分的高興，因為是星期六，可以跟爸爸媽媽去逛公司了。江柳月剛剛學會了百分數，所以爸爸昨天應許她，今天一定要注意有百分數的項目，還要她計算，讓她大顯身手。

吃完早餐，一家三口便出門去買東西。江柳月問爸爸："我們先去哪兒？"爸爸說："我們先到華埠買中文書。這幾天長城圖書公司十週年紀念，所有書籍九折出售，還有特價書，更便宜。""什麼是九折出售？""九折出售的意思，就是原來十元的書，減價成為九元，一百元減為九十元。""哦，我明白了。就是用原價的90% 出售。"

他們坐地下車到華埠，因為時間尚早，所以長城圖書公司冷清清的，只有幾個顧客在看書。江柳月立刻跑到兒童圖書部裏，原來有一桌子的特價書，八折出售。她隨手拿起幾本書來翻閱，本本都引人入勝。結果，她選了三本——《埃及童話集》($1,25)，《愛的教育》($1,75)，《孤兒歷險記》($2,00)。然後她又選了兩本不是八折特價的書，一本是《小婦人》($1,50)，另外一本是《塞外風光》($4,00)。爸爸走過來說："我們要走了，你要買什麼書？"江柳月把五本書給爸爸看。爸爸說："很好，給你十元，自己去付賬。""爸爸，十元不夠呀！五本書共$10.50，還欠五角。""你忘記了打折扣。"到底這五本書

售價是多少？

圖 8.3

解　題

這是知本、率，求利的問題。有兩個率——八折和九折。八折就是80%，九折就是90%。80%的本是$1.25+$1.75+$2.00。（三本特價書的價錢。）90%的本是$1.50+$4.00。利是多少？我們分兩部分來計。先計

80% 的部分:

本是 $1.25 + $1.75 + $2.00 = $5.00

率是 80%

所以利是 $5.00 × 80% = $4.00

再計 90% 的部分:

本是 $1.50 + $4.00 = $5.50

率是 90%

所以利是 $5.50 × 90% = $4.95

所以五本書的實價是 $4.00 + $4.95 = $8.95。

江柳月拿了十元去付賬，一心以爲可以找回 $1.05。誰知只找回 $.33。她以爲收銀員計算錯誤，但是又不好意思問。她把三十三分錢數來數去，又重新把書價計算過，確實是 $8.95 呀！這時爸爸媽媽也付了賬，走出店門，江柳月只得跟他們出去。媽媽看了江柳月一眼說:“柳月，什麼事情不對勁？無精打采的。”“那售貨員騙了我的錢。明明是 $8.95 的書，我給他十元，他只找回 $.33 給我。”媽媽說:“你把收據給我看看。”媽媽一看收據，就恍然大悟。“柳月，你忘了算營業稅。”“什麼是營業稅？”“營業稅通常是州政府和市政府在市民買東西時所抽的稅。通常是售價的百分數。”爸爸說:“讓柳月自己來計算營業稅稅率吧！”

解題

我們已知售價——$8.95，和售價加上營業稅——$10.00 - $.33 = $9.67。售價是本，售價加上營業稅是和。所以已知本、和求率。

我們先求利：利是和減本 $= \$9.67 - \$8.95 = \$.72$。

率是 $\dfrac{.72}{8.95} \times 100\% = 8\%$

江柳月明白了營業稅，問媽媽說：是不是買什麼東西都要營業稅？食物不用抽。但是上餐館卻要！這裏的稅律實在古怪。

他們買完書，時間還早，媽媽說：我們不如先到美施公司看看，然後再吃午餐。於是坐地下車去美施。到了，發現人頭湧湧，原來又是大減價。他們坐電梯到八樓看看杯碟和瓷器，原來一套套的華貴瓷器都打折扣。江柳月看看，週圍都寫滿了 30% off，35% off，20% discount 等字。她大驚說：“怎麼打三折，三五折，兩折那麼厲害！”爸爸說：“這不是三折兩折。美國人折扣和中國人不同。美國人的 30% off，20% discount，就是減去 30% 或 20% 的意思。若是減去 30%，就剩下 70%，即是中國人的打七折。減去 20%，就剩下 80%，即是打八折。”“原來如此。”

媽媽看見了一套瓷的杯碟，＄250.00，25% off。於是媽媽說：“柳月，算算連稅共多少錢。”

解　題

25% off 就是打七五折。本是 ＄250，率是 75%，所以利是 $\$250 \times \dfrac{75}{100} = \$187.50$。那套杯碟的售價是 ＄187.50，營業稅是 8%，即 $\$187.50 \times \dfrac{8}{100} = \$15.00$ 所以連稅是 $\$187.50 + \$15.00 = \$202.50$

圖 8.4

爸爸說:“$202.50, 太貴了, 買不起。”媽媽說:“用信用卡吧。每月還他二十元, 不太吃力的。”爸爸說:“不是不可以, 只是付了這麼多的利息, 總是覺得不值。”媽媽說:“要付多少利息?”江柳月同時說:“什麼是利息?”

爸爸說: “利息, 就是借了人錢去用, 還錢時多還的數目。” 江柳月繼續問:“爲什麼要多還錢?”爸爸說:“例如我用信用卡來買這一套瓷器, 不付現款, 這等於美施公司借了$202.50給我, 借了錢給我, 美施公司就不能用這一筆錢來買其他的東西了, 直到我還清$202.50才行。所以我要多付一點錢來

賠償美施公司，這就是利息。”“那麼我們要付多少利息？”

爸爸解釋說：“一般信用卡公司付款方法，是每月寄一次賬單，指明最少要付多少錢，當然可以付多一點。若是全部付清，就不用收利息。若不付清，剩下的就要付利息。美施公司的利息是每月1.5%。”

“所以下月賬單就是$202.50。付錢$20.00。還欠$182.50。第二個月就要付利息1.5%。”說畢，拿起一張紙，在上面計算。到底利息共付多少？

解　題

最好列表來計算

月　份	尚　欠	利　息	還　款
1	202.50	0	20.00
2	182.50	2.74	20.00
3	165.24	2.48	20.00
4	147.72	2.22	20.00
5	129.94	1.95	20.00
6	111.89	1.67	20.00
7	93.56	1.40	20.00
8	74.96	1.12	20.00
9	56.08	.84	20.00
10	36.92	.55	20.00
11	17.47	.26	17.73

第二個月欠$182.50，加上$2.74利息，是$185.24。所以還了$20後，到第三個月時，欠$165.24，加上利息$2.48，是$167.72。還$20後，到第四個月時，欠$147.72。如此一直到第十一個月，欠$17.47，加上利息$.26，共$17.73，所以不還$20，只還$17.47。

那麼付了多少利息？有兩個方法計算。一是把十次利息全部加起來：

$$\$(2.74+2.48+2.22+1.95+1.67+1.40+1.12+.84+.55+.26)=\$15.23$$

另一個方法，是計算一共還了多少錢。每月付$20，共十個月，最後一個月付$17.73，所以共付

$$\$20\times 10+\$17.73=\$217.73$$

減去原價 $202.50 就是利息

$$\$217.73-\$202.50=\$15.23。$$

爸爸說：“無端端多付$15.23，十分不值。”媽媽說：“$15.23，比起$202.50，也不算多。柳月，$15.23是$202.50的百分之幾？”江柳月算了一回，說大約是7.5%。爸爸說：“7.5%也不算少了。”媽媽說：“我們不要在百貨商店內，婆婆媽媽的談判。吃午飯時再說。”於是他們到附近一間上海館子吃午飯。

點完了菜後，爸爸拿起紙巾在上面計算。媽媽說：“鬼劃符的寫什麼？”“我在計算每月把$20存入銀行，要多少個月才儲蓄到$202.50。”“有什麼好計算的，十個月多點兒就是了。”爸爸說：“你忘記了利息。”江柳月說：“什麼？又要給利息？”爸爸說：“不是我們付利息給銀行，是銀行付利息給我們，因爲存錢在銀行裏，就等於借錢給銀行。”“爸爸，銀行是怎樣計算利息的？”“一言難盡，我們回家再談。我們還是來算算每月存進$20進銀行，要多久

才可儲蓄到$202.50。我們就當銀行每月給利息 .5% 吧，柳月，你來算算。”

解　題

計算這題和計算分期付款一樣，只不過每月加$20，而不是減$20。我們列表計算。

月	存入	銀行存款	利息	月尾結存
1	20.00	20.00	.10	20.10
2	20.00	40.10	.20	40.30
3	20.00	60.30	.30	60.60
4	20.00	80.60	.40	81.00
5	20.00	101.00	.51	101.51
6	20.00	121.51	.61	122.12
7	20.00	142.12	.71	142.83
8	20.00	162.83	.81	163.64
9	20.00	183.64	.92	184.56
10	20.00	204.56	1.02	205.58

所以十個月後，已超過$202.50。

爸爸說：“你看，若是我們不現在買，只要存入$200，十個月後就可買到這條杯碟了。”媽媽說：“不要得意忘形。難道你忘記了通貨膨脹。我們現在

若是不買，十個月後要漲價的了。”“好吧，我們就來算算。若是通貨膨脹是5%……”“怎麼5%？我看10%才是。”“好啦，我們妥協一下，7.5%怎樣？柳月，算算$202.50加上7.5%是多少？”江柳月說：“$217.69，這和分期付款差不多。”爸爸說：“我們十個月，每月存$20，十個月後已有$205.58，所以只需第十一個月加上$12.11就可得$217.69。那麼我們一共付

$20×10+$12.11=$212.11。”

媽媽說：“這比$217.73，只少五元六十二分，算不得什麼。還有呀，現在是八折出售，我們怎曉得十個月後還是八折出售？”於是爸爸同意現在用信用卡買那套杯碟。

他們談談笑笑，不覺已吃完了午餐。侍者送來賬單，上面寫著：

炸醬麵	$2.25
上海蓋飯	$2.00
肉絲蛋炒飯	$2.40
	$6.65
稅	.53
共	$7.18

爸爸說：“柳月，算算要付多少小費。”“小費要多少個%？”“15%。”江柳月說：“15%是$1.08。”爸爸看了一看賬單，說：“太多了。你是用$7.18來計算15%，但計算小費時，只需用未加稅以前的$6.65來計算。”江柳月再計算後，說：“剛好一元。爸爸，不懂計算百分數的人怎樣計算小費？”“因爲紐約市的營業稅是8%，他們就乾脆把營業稅乘2，付16%的小費。”

付賬時，江柳月問爸爸：“收銀員是不是每收一次錢就要計算一次營業稅？多可怕啊！”“計算百分數有甚麼可怕？不過，收銀員通常有一張營業稅表，可以從表上看到要付多少營業稅。回家後，我們作一張看看。”

回家後，爸爸說:“營業稅表的製造，最要緊是四捨五入。例如，營業稅假若比$.005少，四捨五入後就不用付稅。$.005至$.015中間各數，因爲四捨五入，所以全是付$.01。我們先計算甚麼價錢不用付稅。稅若是$.005，稅率是8%，那麼售價是甚麼?”

江柳月算出來是$.0625。爸爸說:“所有$.00至$.06的稅都比$.005少，所以不用付營業稅。從$.07開始就要付$.01。我們再看那些價錢是要付$.01。$.005至$.015中間的稅都四捨五入成爲$.01。若是8%的稅等於$.015，售價是多少?”江柳月算出來是$.1875。爸爸說:“所有$.07至$.18的售價，所抽的稅是$.01。”說完就列一個表:

價　　錢	營　業　稅
$ .00—$ .06	$ .00
$ .07—$ .18	$ .01
	$ .02
	⋮

“你自己填這表吧。”你能否替江柳月填這表，計算$.00至$10.00的營業稅?

晚飯後，江柳月對爸爸說:“爸爸，你不是說過要教我銀行利息嗎?”爸爸說:“好，你就計算下面的題目吧。我爲你入大學，儲蓄了一筆錢放在銀行裏。現在存有五千元，放在銀行定期存款賬户裏，每年利息8%。那麼六年後你上大學時，這筆錢連本帶利是多少?”

江柳月說:“$5,000的8%是$400，每年利息四百元，六年利息二千四百元。所以連本帶利是七千四百元。”

"你這樣的算法，叫做單利息，每年都把利息提出來，剩下五千元在銀行裏。但是一般人都不是這樣存款的。第一年，銀行給我$400利息，但我不用那$400，仍然存在銀行。所以第二年開始時，我的存款不再是$5,000，而是$5,400。所以第二年年終，銀行給我的利息是

$$\$5,400\times\frac{8}{100}=\$432$$

我把這$432仍然存在銀行，所以第三年開始時，存款就變成$5400+$432＝$5832。列一個表就清楚了。"

年數	年初存款	利息
1	$5,000.00	$400.00
2	$5,400.00	$432.00
3	$5,832.00	$466.56
4	$6,298.56	$503.88
5	$6,802.44	$544.20
6	$7,346.64	$587.73
7	$7,934.37	

爸爸繼續說："所以六年後，$5000變成了$7,934.37，比你剛才計算的$7,400多了$534.37。"

江柳月這才明白單利息和複利息的不同。那天晚上，她十分開心，因爲學會了許多百分數的應用，同時也知道父母對她的關懷，一早就預備她進大學的費用。

好了，現在你也應該曉得應用百分率來計算了。

習　題

(1) 書店桌子上有個牌子寫著:“桌上書籍七折出售”。桌上有一套《三國演義》，原價$8.99。那麼實價爲多少？

(2) 汽車公司因爲新型汽車上市，去年的汽車大減價，三千五百元的汽車三千元出售。問打折扣多少？

(3) 高太太富有生意頭腦。最近她學會了製陶器。於是在前院出售自製陶器。但是她自製陶器形狀古怪，顏色刺目，五元一件無人願買。她只好九折出售，仍然沒有人買，於是她九折後再打九折(稱爲九折九扣)。那麼一件陶器現在售價是多少？

(4) 梁先生新近開了一間籤語餅廠，爲了鼓勵顧客多買，所以凡買一百袋以上的籤語餅，一律打九折。買二百袋以上的，一律打八折。一袋餅價錢是一元。那麼下列數量的價錢是什麼？(a) 100袋，(b) 101袋，(c) 200袋，(d) 201袋，(e) 150袋，(f) 300袋。一百元可以買多少袋？九十五元又可買多少袋？一百七十五元可以買多少袋？梁先生不久就發現從來沒有人買一些袋數的，你曉得那些袋數是什麼？理由是什麼？

(5) 梁先生於是調整價錢，改爲買一袋到一百袋，每袋售價一元。第一百零一袋到二百袋，每袋打九折。第二百零一袋開始，每袋打八折。那麼下列數量的價錢是什麼？(a) 150袋 (b) 300袋。$150，$200，$300各可買多少袋？

(6) 三藩市的營業稅率是6.5%。試製造一個營業稅稅表，從$.00至

$5.00。

(7) 歐偉明出生時重8.5磅，六個月時重16磅。六個月內，他體重增加了百分之幾？兩歲時他重28磅,三歲時重32磅。那麼他兩歲至三歲這一年間，體重增加了百分之幾？

(8) 下面的表,是美國的人口和移民數量的統計。

年	人口	新移民	年	人口	新移民
1840	17,069,453	599,125	1910	91,972,266	8,795,386
1850	23,191,876	1,713,251	1920	105,710,620	5,735,811
1860	31,443,321	2,598,214	1930	122,775,046	4,107,209
1870	38,558,371	2,314,824	1940	131,669,275	528,431
1880	50,155,783	2,812,191	1950	150,697,361	1,035,039
1890	62,947,714	5,246,613	1960	179,323,175	2,515,479
1900	75,994,575	3,687,564	1970	204,765,770	3,321,677

利用上面的資料填下面的表：（數字可捨入爲小數第二位）

十年期	人口增加百分率	移民在人口增加中所佔百分率	移民增加的百分率
1840—1850			
1850—1860			
1860—1870			
1870—1880			
1880—1890			
1890—1900			
1900—1910			
1910—1920			
1920—1930			
1930—1940			
1940—1950			
1950—1960			
1960—1970			

(9) 某公司售貨時，價錢是成本加上百分之十一。大衣售價是$55.50，那麼成本是多少？

(10) 有一條測驗題目是："某城人口二十年前是二十萬，十年後增加了5%，再過十年，卻減少了5%。那麼現在人口是多少？"黃秀英立刻寫下二十萬人爲答案。派卷時發現錯了。爲什麼？

(11) 試填下列表內的空格:

本金	利率	年期	單利利息	單利本利和	複利本利和
$ 600	4.5%	3			
$ 3200	5.5%	6			
$ 17500		20		$ 38500	
$ 10000		2	$ 400		
	3.5%	6	$ 210		
$ 200	5%		$ 400		
$ 13640		7		$ 14690	
$ 1000	20%	10			

註: 本金就是原來存入銀行的錢數。

本利和就是本金加上利息。

(12) 利率通常是按年來定的。例如5%,就表示一年給利息百分之五。但是因爲銀行計算複利息,所以計算利息的次數愈多,本金就愈大。因此有所謂**按季計息**、**按月計息**,**按日計息**這些名稱。(**compounded quarterly, monthly、or daily**) 按季計息,就是利息一年分四次來付,每次付年利的四分之一。例如利率是8%,那麼每三個月就付8%的四分之一,即2%。例如本金是$ 10,000,利率是年利8%,按季計息。那麼三個月後,可得利息

$$\$10{,}000 \times \frac{2}{100} = \$200$$

所以三個月後，本金是 $10,000＋$200＝$10,200。再過三個月，可得利息

$$\$10,200\times\frac{2}{100}=\$204$$

所以六個月後，本金是 $10,200＋$204＝$10,404。又過三個月，可再得利息

$$\$10,404\times\frac{2}{100}=\$208,02$$

所以九個月後，本金是 $10,404＋$208,02＝$10,612,02。最後三個月，可得利息

$$\$10,612,02\times\frac{2}{100}=\$212,24$$

所以一年後，本金是

$$\$10,612,02+\$212,24=\$10,824,26$$

比起一年只計一次利息，多 $24,26。

現在請你重複計算上面的題目，但不是按季計息，而是按月計息——即每月給利息 $\frac{8}{12}\%$。

(13) 一筆錢放在銀行裏，年利10%，要多少年後才增加一倍？

五、複習題目

(1) 把下列百分率化爲小數與分數

(a) 30%　　(b) 2.5%　　(c) 120%　　(d) $\frac{22}{7}$%

(e) .4%

(2) 把下列有理數化爲百分率:

(a) .04　　(b) .625　　(c) $\frac{129}{100}$　　(d) $\frac{7}{32}$　　(e) $\frac{11}{13}$

(3) 一九六五年時，北美洲有四千隻禿頭鷹。五年後禿頭鷹的數目減少了7%。那麼一九七〇年時，北美洲約有多少隻禿頭鷹？

(4) 某百貨公司從香港買成衣，西裝一套價錢是＄60。百貨公司加價55%出售。那麼西裝售價是多少？

(5) 1900年，美國每人平均佔地25畝。1970年，減少爲12畝。那麼七十年內，減少了百分之幾？

(6) 原子筆批發商出售100枝原子筆以上時打八五折。原子筆售價每枝一角。假若你要買100枝原子筆，但又要節省金錢，應買多少枝才上算？＄10可買多少枝原子筆？

(7) 三藩市的營業稅稅率是6.5%。假若你買＄8.99一雙的運動鞋，該付多少稅？

(8) 存＄2,000在銀行裏，年利8%，按單利計算，十年後可得利息多少？若按複利計算，又可得多少利息？

(9) $20,000的本金存在銀行裏兩年，年利8%。試找出(a)按年計息，(b)按季計息，(c)按月計息所得的利息。〔爲什麼沒有叫你找按日計息的利息？〕

(10) 一套傢俱的售價是$500。若是分期付款來買，每月要付利息1.5%。假若每月付(a)$100，(b)$50，(c)$40，(d)$30，(e)$20，(f)$10，(g)$5，要多久才付清？總共付款多少？從付款的數目，和全部付款的總數，可得什麼結論？

生字表

compounded daily	按日計息
compounded monthly	按月計息
compounded quarterly	按季計息
compounded yearly (annually)	按年計息
interest	利息
percent, percentage	百分率
principal	本金
rate	率，利率
sales tax	營業稅
tips	小費

答　案

二、百分率

(1) (a) .25　(b) .015　(c) 2　(d) $.\overline{3}$　(e) .0004

(2) (a) $\frac{1}{5}$　(b) $\frac{3}{8}$　(c) $\frac{2}{3}$　(d) 10　(e) $\frac{1}{800}$

(3) (a) 2%　(b) 47.6%　(c) 27%　(d) 18.75%

(4)

a	b	a是b的多少%
60	48	125
4.2	120	3.5
13.8125	85	16.25
49	700	7
400	320	125

(5) 208 個

(6) .24, .0175, 1.5, $.\overline{6}$, 10

(8) 33%, 333%, 3%, 3300%, $3\frac{1}{3}\%$

(10)

a	b	a是b的多少%
80	76	$105\frac{5}{19}$
3.78	108	3.5
137.5	110	125
4	64	6.25
39	3000	1.3
600	240	250
38	1200	$3\frac{1}{6}$

(11) (a) $393\frac{1}{8}$ 磅,　　(c) 1200 磅,　　(e) 100

(12) (a) 1.6 磅

三、百分率的應用

(1) 295,273 人, 8.76%,　　(2) $417,637.33

(3) $61.59,　　(4) $1.31, $1.51,

(5) $17000, $19671.52

(6)

P	I	R%	S
625	25	4%	650
840	- 91	- 10.83%	749
1624	76.328	4.7%	1700.328
308	- 19.25	- 6.25%	288.75
1000	305	30.5%	1305
1728	- 128	- 7.41%	1600
250	32.5	13%	263
500	- 1000	- 200%	- 500
125	12	9.6%	137
90	- 4.5	- 5%	94.5
250	18	7.2%	268
250	18	- 7.2%	242

四、江柳月的一天

(1) $6.29　(3) $4.05　(5) (a) $145，(b) $270，

$150 可買 155 袋，$200 可買 212 袋，$300 可買 337 袋。

(7) 88%，14.5%，　(9) $50

(11)

本　金	利　率	年期	單利利息	單利本利和	複利本利和
$ 600	4.5%	3	$ 81	$ 681	$ 684.70
$ 3200	5.5%	6	$ 1056	$ 4256	$ 4412.29
$17500	6%	20	$21000	$38500	$56130.13
$10000	2%	2	$ 400	$10400	$10404.00
$ 1000	3.5%	6	$ 210	$ 1210	$ 1228.19
$ 2000	5%	4	$ 400	$ 2400	$14725.59
$13640	1.1%	7	$ 1050	$14690	$14725.59
$ 1000	20%	10	$ 2000	$ 3000	$ 6191.73

(13) 八年

五、複習題目

(1) (a) .3, $\frac{3}{10}$,　(b) .025, $\frac{1}{400}$,　(c) 1.2, $\frac{6}{5}$

(d) $.03\overline{142857}$, $\frac{11}{350}$,　(e) .004, $\frac{1}{250}$

(2) (a) 4%　(b) 62.5%　(c) 129%　(d) 21.875%　(e) $84\frac{8}{13}$%

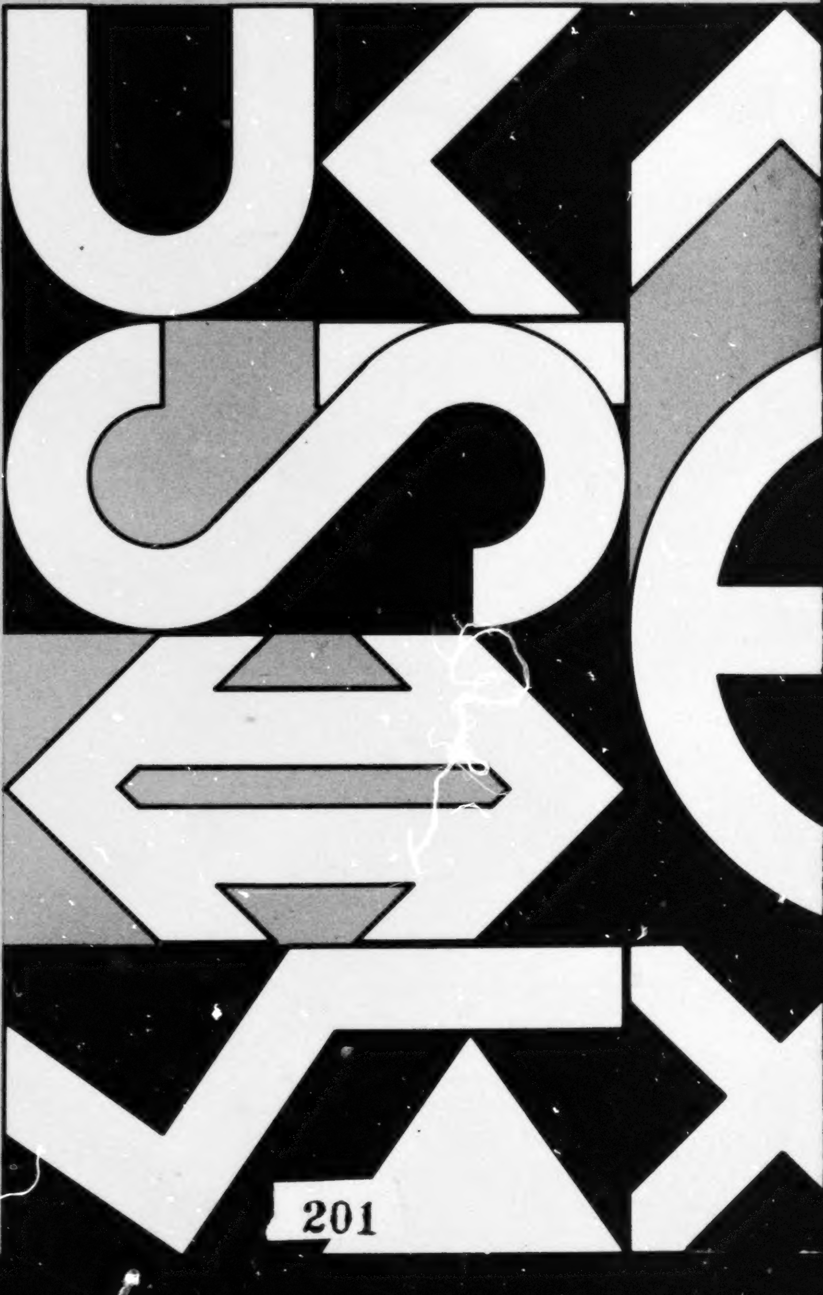
(3) 3972　(4) $93　(5) 52%　(6) 101 枝; 100 枝或 117 枝。

(7) $.58　(8) $1600, $2317.69

(9) (a) $3328　(b) $3433.20　(c) $3457.64

(10) (a) $515.58, 六次　　(b) $537.11, 十一次
(c) $548.75, 十四次　　(d) $569.80, 十九次
(e) $619.48, 三十一次。　　(f) $902.03, 九十一次
(g) 永遠付不完。

☆U.S. GOVERNMENT PRINTING OFFICE : 1983—602-227



Mathematics — Student Book
Chinese — Mathematics
Grade 8

ISBN 0-89857-265-7